

Unidad 1. Definiciones y conceptos básicos

Topografía

Sobre su definición.

Tradicionalmente se ha circunscrito la definición de Topografía a la representación gráfica de un terreno, así como a las técnicas y procedimientos de campo y gabinete para lograrlo. Pero esto ha ocasionado que sea excluido de su estudio el concepto de topografía como sinónimo del relieve, para referirse a la forma del terreno.

De ahí que nosotros tomaremos a la Topografía en una definición un poco diferente atendiendo a los dos aspectos comúnmente utilizados por los agrónomos, tanto en su connotación de disciplina, como en su connotación de concepto. Así que, recurriendo al amparo de sus raíces etimológicas **Topos**, lugar y **Graphos**, descripción, podemos decir que se trata de:

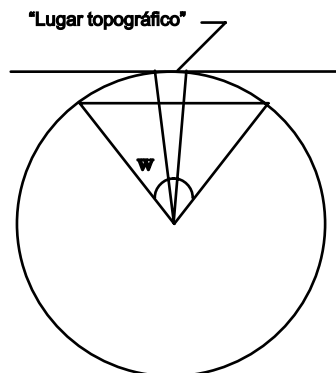
La Descripción de un Lugar.

(Ello incluye también su representación gráfica).

Si hablamos sobre la descripción de un “lugar”, tendremos que determinar a qué nos referimos con *lugar*. Es decir, de qué tamaño puede ser una porción de la tierra para que reciba el nombre de “lugar”. Para ello nos apoyaremos en el término **Geografía**, cuyas raíces etimológicas son: **Geo**, tierra y **Graphos**, descripción. Por tanto Geografía es la “Descripción de la tierra”, en sus aspectos más amplios. Esto quiere decir que si consideramos como “lugar” a toda la tierra, su estudio correspondería a la Geografía y no a la Topografía; de ahí tendremos que inferir forzosamente que “lugar” se refiere a una extensión menor a la que significa todo el globo terrestre, pues en tal caso, repetimos, de eso se encarga la Geografía.

Por otro lado tenemos que la Geodesia es la ciencia que determina la forma y dimensiones de la tierra, y por lo que se dice de la “Topografía tradicional”, tomaremos que “se aplica en aquellas porciones de la tierra en que podemos considerarla como plana”. Esto es, donde las

técnicas y procedimientos aplicados no consideran la curvatura de la tierra.



Se puede observar en la figura que cuando el ángulo w disminuye, cuerda, arco y tangente, tienden a igualar sus valores, por lo que considerando un radio promedio de la tierra de

6,368,000 m y diferentes valores de w tendremos los siguientes resultados expresados en metros:

w	Cuerda	Tangente	Arco
1° 00'	111,141.16	111,145.39	111,142.57
0° 30'	55,571.11	55,571.64	55,571.28
0° 10'	18,523.76	18,523.77	18,523.76
0° 05'	9,261.88	9,261.88	9,261.88
0° 02'	3,704.75	3,704.75	3,704.75

Tabla 1

De los cálculos que se muestran en la tabla anterior, se observa que la cuerda, la tangente y el arco, son prácticamente iguales a partir de que el ángulo w tiene un valor de 0° 10', lo que corresponde a un valor de 18,523.76 m, que en números redondos y para recordarlo fácilmente podemos interpretar como 20,000.00 m, es decir 20 km.

De todo lo anterior podemos concluir estableciendo la

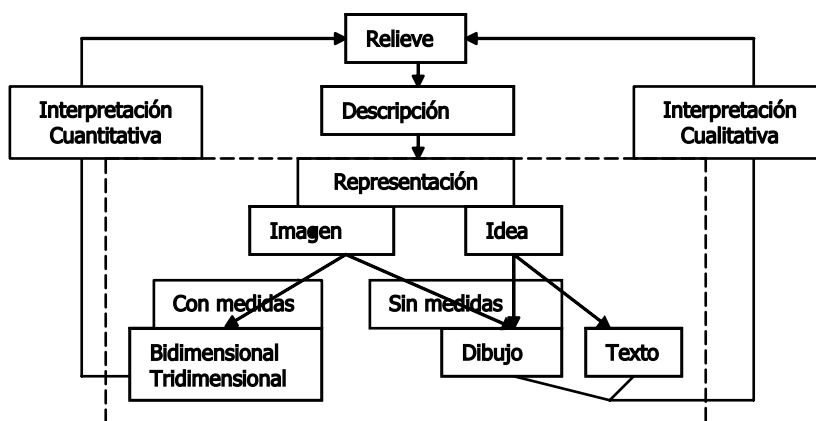
Definición:

Topografía es la que se encarga de la descripción de una porción de la tierra que no exceda de 20 km. de diámetro

La descripción puede ser mediante una imagen o una idea.

Si la imagen la obtenemos a través de mediciones será un plano bidimensional o tridimensional en el que podemos hacer una interpretación **cuantitativa** del relieve.

Si la imagen se obtiene sin medición, obtendremos un dibujo que al igual que la idea expresada oralmente o por medio de texto nos permiten realizar una interpretación **cualitativa** del relieve.



Dado el avance y cobertura que tiene nuestro país en material cartográfico, muchas de las mediciones para trabajos de reconocimiento, preliminares o de anteproyecto se pueden realizar en cartas que ya han sido elaboradas. Para los proyectos ejecutivos es necesario contar con las mediciones realizadas directamente en campo. Ambos aspectos los veremos más adelante.

Tipos de representación gráfica.

Mapa. Es la representación gráfica de la superficie de la tierra sobre una superficie plana que para su construcción se auxilia de una proyección cartográfica. Si se representa toda la superficie terrestre se le llama Mapamundi o Planisferio.

Carta. Es un mapa que representa una porción de la tierra mucho menor que ésta. Recibe la denominación según la temática que trate. Son muchas, pero algunas de ellas son: *Carta hidrográfica*, donde se representan los ríos; *carta orográfica*, donde se representan los sistemas montañosos; *carta de navegación* aeronáutica o marítima, las que indican las rutas aéreas o marítimas; *carta edafológica*, la que muestra los tipos de suelos; *carta geográfica*, si representa a un país o parte de este; *carta topográfica*, la que representa todos los detalles del relieve, ya sean naturales o artificiales.

Plano topográfico. Es la representación gráfica de una parte de la superficie de la tierra, que por sus dimensiones no es necesario recurrir para su construcción a una proyección cartográfica. Es decir, es una superficie que se encuentra comprendida dentro del lugar topográfico.

Croquis. Es la representación gráfica de una parte de la superficie de la tierra que, a diferencia de las tres anteriores, no requiere de escala para su construcción.

De ahí que para entender los mapas, cartas y planos, es necesario definir la escala.

Escala

Escala. Es la relación constante que existe entre la magnitud dibujada en el papel y su magnitud real en el terreno, se expresa en forma de quebrado teniendo siempre a la unidad como numerador. Es una cantidad adimensional.

$$\frac{\text{Magnitud dibujada en el papel}}{\text{Magnitud real en el terreno}} = \frac{1}{X}$$

Si tenemos las escalas de $\frac{1}{200}$ y de $\frac{1}{500}$ el segundo valor será una escala menor que la primera, es decir, más pequeña, ya que $1/200 = 0.005$ y $1/500 = 0.002$.

Respecto a las escalas, podemos decir que son básicamente tres los problemas que se presentan para calcular:

- 1.- Cuando conocemos la escala y la distancia en papel pero desconocemos cuánto es en el **terreno**.
- 2.- Cuando conocemos la escala y la distancia en el terreno pero desconocemos con cuánto la podemos representar en el **papel**.
- 3.- Cuando conocemos el tamaño del papel y una distancia del terreno y deseamos saber a qué **escala** debemos dibujar.

Ejemplos:

Ejemplo 1. Tenemos una carta de escala 1/50,000 y en ella hay dos puntos localizados cuya distancia medida en la carta es de 12.5 cm (0.125 m). Deseamos saber qué distancia hay entre ellos en el terreno.

$$\text{Escala} = 1/50,000$$

$$\text{Papel} = 0.125 \text{ m}$$

$$\text{Terreno} = \text{Magnitud real} = \text{Mr} = ?$$

$$\frac{1}{50,000} = \frac{0.125}{\text{Mr}} \quad \text{Mr} = 6,250.00 \text{ m}$$

Ejemplo 2. En el terreno realizamos la medición de una distancia y se obtuvo un valor de 1436.53 m. Deseamos ahora representarla en escala 1/50,000. ¿Con cuánto quedará representada?

$$\text{Escala} = 1/50,000$$

$$\text{Terreno} = 1436.53 \text{ m}$$

$$\text{Papel} = \text{Magnitud dibujada} = \text{Md} = ?$$

$$\frac{1}{50,000} = \frac{\text{Md}}{1436.53} \quad \text{Md} = 0.029 \text{ m} = 2.9 \text{ cm} = 29 \text{ mm}$$

Ejemplo 3. Se requiere obtener la escala para dibujar un terreno que su mayor longitud es de 426.512 m en un papel que tiene en su lado mayor una longitud de 0.60 m.

$$\text{Escala} = 1/x$$

$$\text{Papel} = 0.60 \text{ m}$$

$$\text{Terreno} = 426.512 \text{ m}$$

$$\frac{0.60 \text{ m}}{426.512 \text{ m}} = \frac{1}{x} \quad x = 710.85$$

$$\text{Por lo tanto la Escala} = \frac{1}{711}$$

Los ejemplos anteriores nos indican que cada vez que tengamos que dibujar una línea a escala calculada o exacta, tendremos que efectuar un cálculo como los aquí realizados, lo que la hace extremadamente laboriosa de manejar. Por eso se ha estandarizado un conjunto de escalas que le podemos llamar de *escalas de dibujo o redondeadas*, con las cuales se puede realizar el trabajo de manera más sencilla.

Para tener la certeza de que el trabajo cabrá en el papel, escogeremos una escala más pequeña que el valor calculado. Del ejemplo anterior tenemos que si la escala calculada fue de 1:711, entonces el plano lo podemos construir en escala 1:1000.

Algunas de las escalas ya vienen calculadas y grabadas en regletas especiales llamadas escalímetros. Entre ellas podemos mencionar:

1:100	1:333
1:125	1:400
1:150	1:500
1:200	1:600
1:250	1:750
1:300	1:800

En nuestro ejemplo escogimos trabajar con la escala de 1:1000, pero el escalímetro que utilizamos tiene la de 1:100. Bastará entonces con que a las graduaciones del escalímetro agreguemos un cero, para convertirlos en escala 1:1000

Es decir, la graduación marcada con el número 2 en escala 1:100, será 20 en escala 1:1000; 200 en escala 1:10,000; 2000 en escala 1:100,000; etc.

De forma análoga, si tenemos la escala 1:50 en el escalímetro, la graduación 3 nos indicará 3 m, pero en escala 1:500 será 30 m; en escala 1:5,000 será 300 m; en escala 1:50,000 será 3,000 m etc.

Los demás problemas que se presentan con escalas son derivaciones o combinaciones de estos que se han mencionado.

Ejemplo 4.

Con cuanto quedará representado en el papel una distancia que en el terreno fue 84.56 m si utilizamos:

- a) En un dibujo la escala 1:1,000
- b) En otro dibujo la escala 1:500

a)
$$\frac{Md}{84.56 \text{ m}} = \frac{1}{1000}$$
$$Md = 0.0845 \text{ m} \quad \text{o} \quad 8.45 \text{ cm}$$

b)
$$\frac{x}{84.56 \text{ m}} = \frac{1}{500}$$
$$x = 0.169 \text{ m} \quad \text{o} \quad 16.9 \text{ cm}$$

Como se observa en los resultados anteriores, la misma distancia del terreno tiene dos magnitudes diferentes en el papel porque se utilizan dos escalas diferentes.

Ejemplo 5. Un plano ejidal fue reducido y tiene consignada la escala 1:20,000, pero al medir en el plano uno de sus lados obtuvimos una cantidad de 11.6 cm (0.116 m) y tiene anotada una distancia de 2576.42 m. Indicar:

- a) ¿Que escala tiene el plano?
- b) ¿A qué porcentaje lo tenemos que ampliar o reducir para devolverlo a su escala original?

a) Primero calculamos a qué escala está el plano.

$$\frac{0.116 \text{ m}}{2576.42 \text{ m}} = \frac{1}{x}$$

$$x = 22,210.52$$

$$\text{Escala } \frac{1}{22,210.52}$$

b) El plano que tenemos representa nuestro 100% y sabemos que está a escala 1/22,210.52, lo que tenemos que buscar es en qué porcentaje aumentará o disminuirá la escala para que sea 1/20,000. A simple vista nos damos cuenta que el número 1/22,210.52 es menor que el número 1/20,000 por lo que inferimos que se trata de una ampliación, así que realizamos una regla de tres.

Con fracciones:

$$\begin{array}{lcl} 100 & \rightarrow & \frac{1}{22210.52} \\ x & \rightarrow & \frac{1}{20000} \end{array}$$

Con decimales:

$$\begin{array}{lcl} 100 & \rightarrow & 0.00450237 \\ X & \rightarrow & 0.005 \end{array}$$

$$\frac{100}{0.00450237} = \frac{x}{0.005}$$

$$x = \frac{0.005(100)}{0.004502371}$$
$$x = 111$$

El dibujo deberá aumentarse en un 11% que en nomenclatura de las fotocopadoras sería 111%.

Una forma expedita de obtener las distancias es medirlas a pasos. Así que para realizar un ejemplo supongamos que el paso de una persona es de 0.833 m y que ésta tomó medidas de una construcción rectangular dando por resultado que sus lados fueron de 16.5 pasos x 28 pasos, lo que corresponde a 13.74 m x 23.32 m, respectivamente.

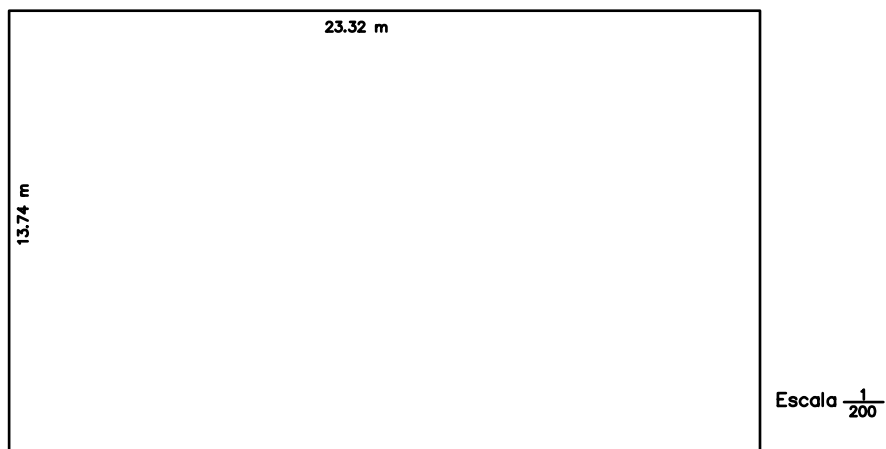
Con la distancia más larga de la construcción y la más corta del papel (en este caso 0.21 m, porque dibujaremos en tamaño carta), se calcula la escala exacta para de ella inferir la escala de dibujo.

$$\frac{0.21 \text{ m}}{23.32 \text{ m}} = \frac{1}{x} \quad \text{Escala exacta} \quad \frac{1}{111} \quad \text{que redondeando a Escala usual o de dibujo} \quad \frac{1}{200}$$

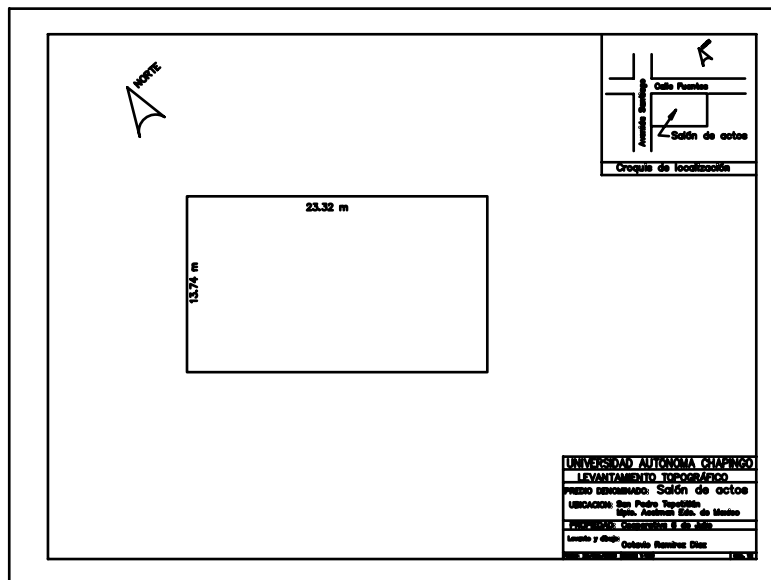
Cálculo para el dibujo en función de las medidas reales (13.74 m y 23.32 m).

$$\frac{Md}{13.74 \text{ m}} = \frac{1}{200} \quad Md = 0.0687 \text{ m} \quad \frac{Md}{23.32 \text{ m}} = \frac{1}{200} \quad Md = 0.1166 \text{ m}$$

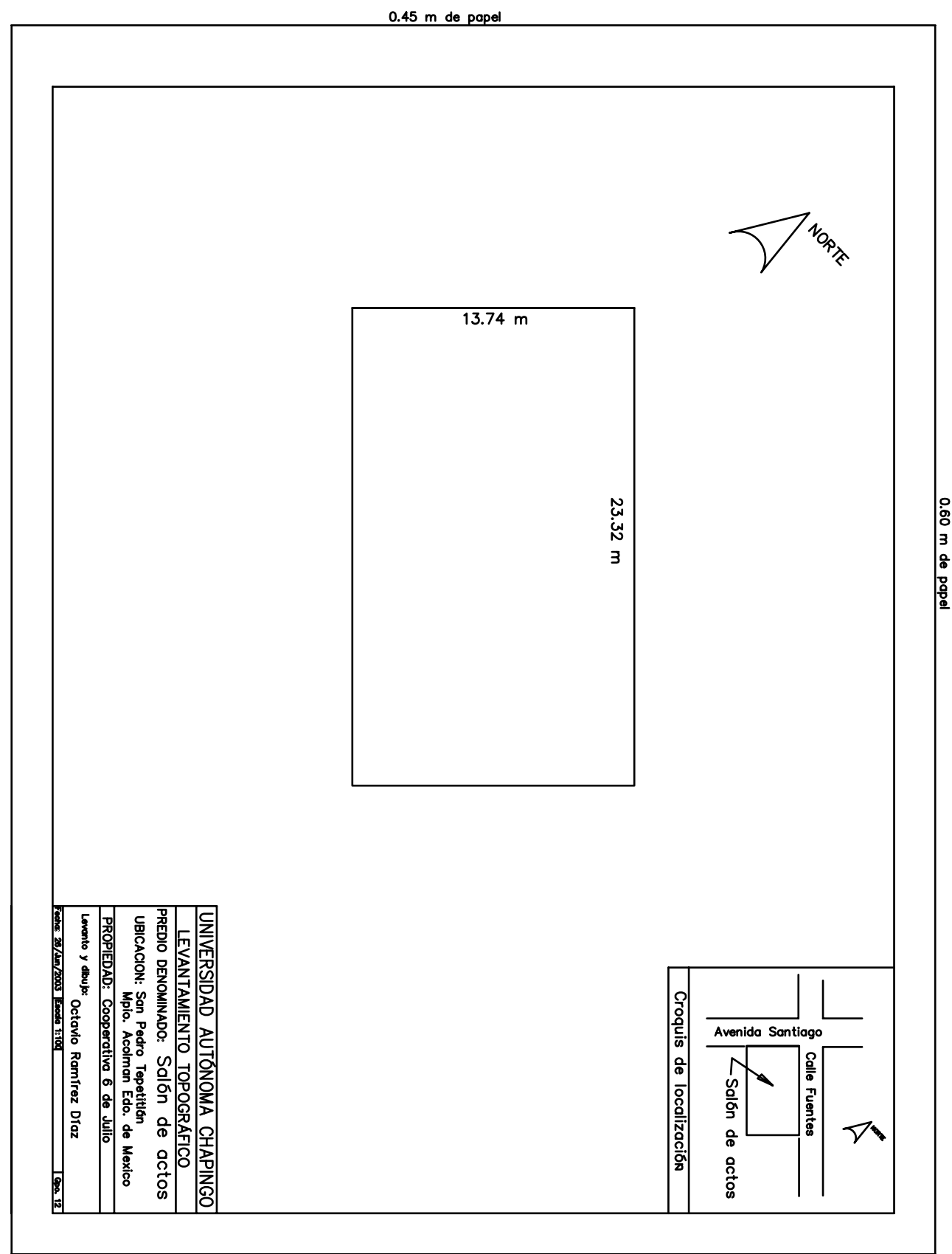
El dibujo quedará.



Si se elabora el plano en papel de dimensiones 0.60 m x 0.45 m, el conjunto puede dibujarse en escala 1:100 y quedará como se muestra:



El mismo plano ampliado.



Relieve (hipsografía)

El relieve lo entendemos como las diferentes formas que adopta la superficie de la tierra, y por ser tan variadas, así son las clasificaciones para referirse a ellas y los conceptos que se utilizan para definir las.

Si bien es cierto que el estudio del relieve a nivel terráqueo corresponde a la geografía y geomorfología, también es cierto que por medio de la topografía se puede hacer la “lectura” de las diversas formas y características que adopta una porción de la superficie de la tierra.

El diccionario geomorfológico nos indica que las clasificaciones del relieve pueden ser:

- 1) En función de las dimensiones de las formas, que van desde las continentales hasta simples montículos de unos cuantos centímetros. (Ver clasificación de Piotrovsky en el siguiente cuadro).
- 2) Morfológicas. Cuando considera las formas fundamentales como planicies, altiplanicies, montañas, tamaños y altura de ellas.
- 3) Morfogenéticas. Considerando que su origen pueden ser: endógeno, tectónico y volcánico; endógeno – modelado; exógeno, erosivo y acumulativo.
- 4) Cronológico. En función de la edad o etapa de la formación del relieve.

En cuanto a dimensiones de las formas del relieve sólo nos interesan aquellas ubicadas en el rango de acción de la topografía, es decir, las que se pueden presentar en un radio de 20 Km. de diámetro. En ese sentido se puede partir de la siguiente tabla que contiene los elementos tanto del diccionario geomorfológico como de la geomorfología aplicada, ambos preparados por Lugo Hubp y que contiene a su vez los siete órdenes mencionados por Piotrovsky en 1977.

Or	Nombre	Origen	Magnitud	Alturas	Escala 1/x	Ejemplos
1°	Planetarias	Endógeno	Millones, km ²	20000 2500 a 6500 promedio	50 000 000	Continentes y las cuencas oceánicas
2°	Megarelieve	Endógeno	Decenas y Centenas de miles de km ²	Max 11000 500-4000 promedio	10 000 000 1 000 000*	Altiplanos, países montañosos continentales y oceánicos, depresiones cratónicas y oceánicas.
3°	Macrorelieve	Endógeno Erosión	Cientos y miles de km ²	200-2000 m	1 000 000 total, 100 000* 50 000 -25 000*	Cadenas montañosas, grandes valles y cuencas, algunas trincheras
4°	Mesorelieve	Exógeno	Cientos y miles de m ²	200-300 m	50 000 10 000*	Colinas, barrancos, terrazas conos de eyecciones
5°	Microrelieve	Exógeno	m ² y cientos de m ²	m y decenas de metros	25 000 5 000*	Bancos de cauce, conos de eyecciones, cárcavas, dolinas.
6°	Nanorelieve	Exógeno	dm ² a m ²	de 0.1 a 1 - 2 m	1 000	Surcos y montículos
7°	Microscópica	Exógeno	cm ² y dm ² a m ²	cm y dm		Estrías, pequeños montículos, hilos de arena, cúmulos.

* Cartografías en detalle.

Del cuadro se observa que la topografía puede aplicarse en los órdenes 4°, 5° y 6° que corresponden al **Mesorelieve**, **Microrelieve** y **Nanorelieve**.

Otra clasificación de las formas del relieve se establece con referencia a la posición de ellas o de sus elementos respecto al plano horizontal local o regional, por lo que pueden ser:

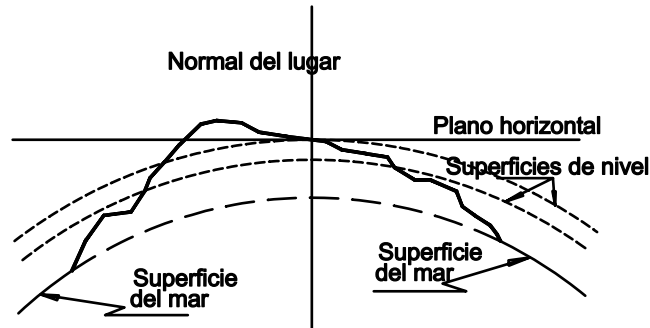
- a) Positivas (Montañas, dunas, mesas, colinas, montículos, etc.).
- b) Transición
- c) Negativas (valles, trincheras).

Unidad 2. Curvas de nivel

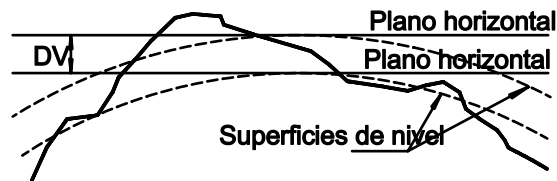
Superficie de nivel es aquella que es concéntrica a la superficie del mar, considerando que ésta no se mueve y prolongada por debajo de los continentes.

Plano horizontal es aquel que es tangente a la superficie de nivel en el punto por donde pasa la normal del lugar.

Normal del lugar es la línea imaginaria que resulta de prolongar hacia arriba y hacia abajo la dirección que nos indica el hilo de una plomada en suspensión. Se define también que en la parte superior de esta dirección se encuentra el zenit y en su parte inferior el nadir.

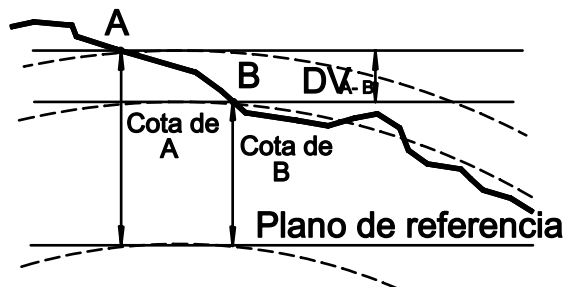


A cada superficie de nivel se le asocia un plano horizontal (como se puede observar en el diagrama), y entre cada par de planos horizontales existe una distancia que medida sobre la vertical, se le conoce como distancia vertical o diferencia de nivel (DV).



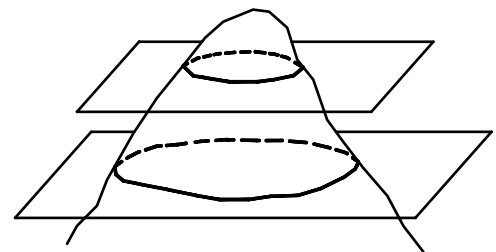
Cota de un punto es la distancia vertical que existe entre dos planos horizontales de los cuales uno de ellos siempre es de referencia y se le asigna un valor arbitrario. Un caso específico de las cotas es la altitud, o elevación sobre el nivel medio del mar, en donde el plano de referencia es el tangente a la superficie del mar y se le asigna el valor de cero.

Desnivel entre dos puntos. Se le llama así a la diferencia de cotas de esos dos puntos.

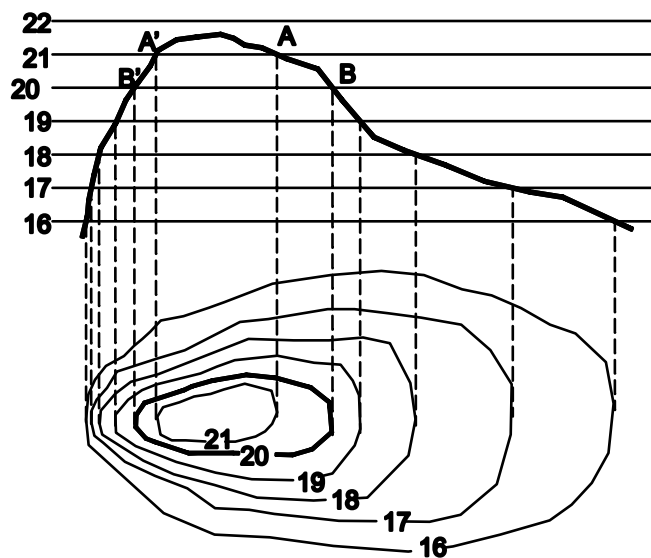


Viendo en perspectiva uno o varios planos horizontales como los que hemos expuesto en el diagrama anterior, nos damos cuenta de que en una elevación el corte resultante sería una línea imaginaria que tendría en todos sus puntos la misma cota, así definimos que:

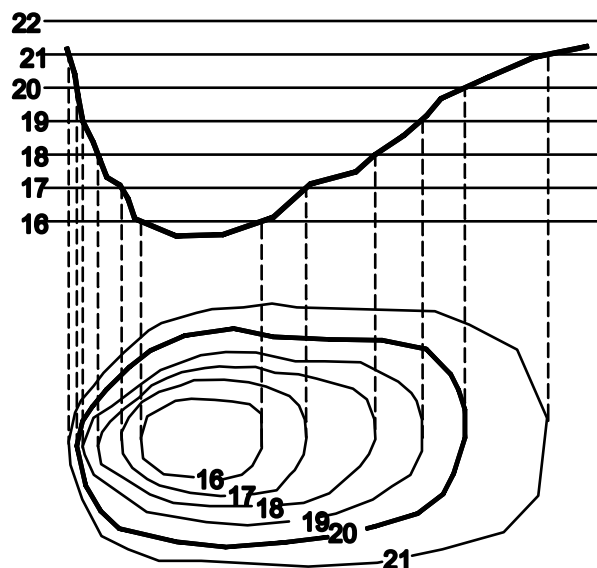
Isohipsa o curva de nivel es la línea imaginaria que une los puntos de igual cota.



Si los planos horizontales son equidistantes entre sí (como en el diagrama siguiente), se observa que la cota del punto A es la misma que la del punto A', pero los puntos que quedan a uno y otro lado de éstos, también tendrán la misma cota. De igual manera la cota del punto B será la misma del punto B' y todos los puntos que estén a uno y otro lado de éstos también tendrán la misma cota, así que en ambos casos formarán curvas que tendrán cota A y cota B respectivamente. Por lo que si pudiéramos materializarlas y observarlas desde arriba, tendríamos la proyección que se muestra para cada uno de los planos horizontales y sus curvas de nivel respectivas.



Corte y curvas de una cima o elevación



Corte y curvas de una depresión

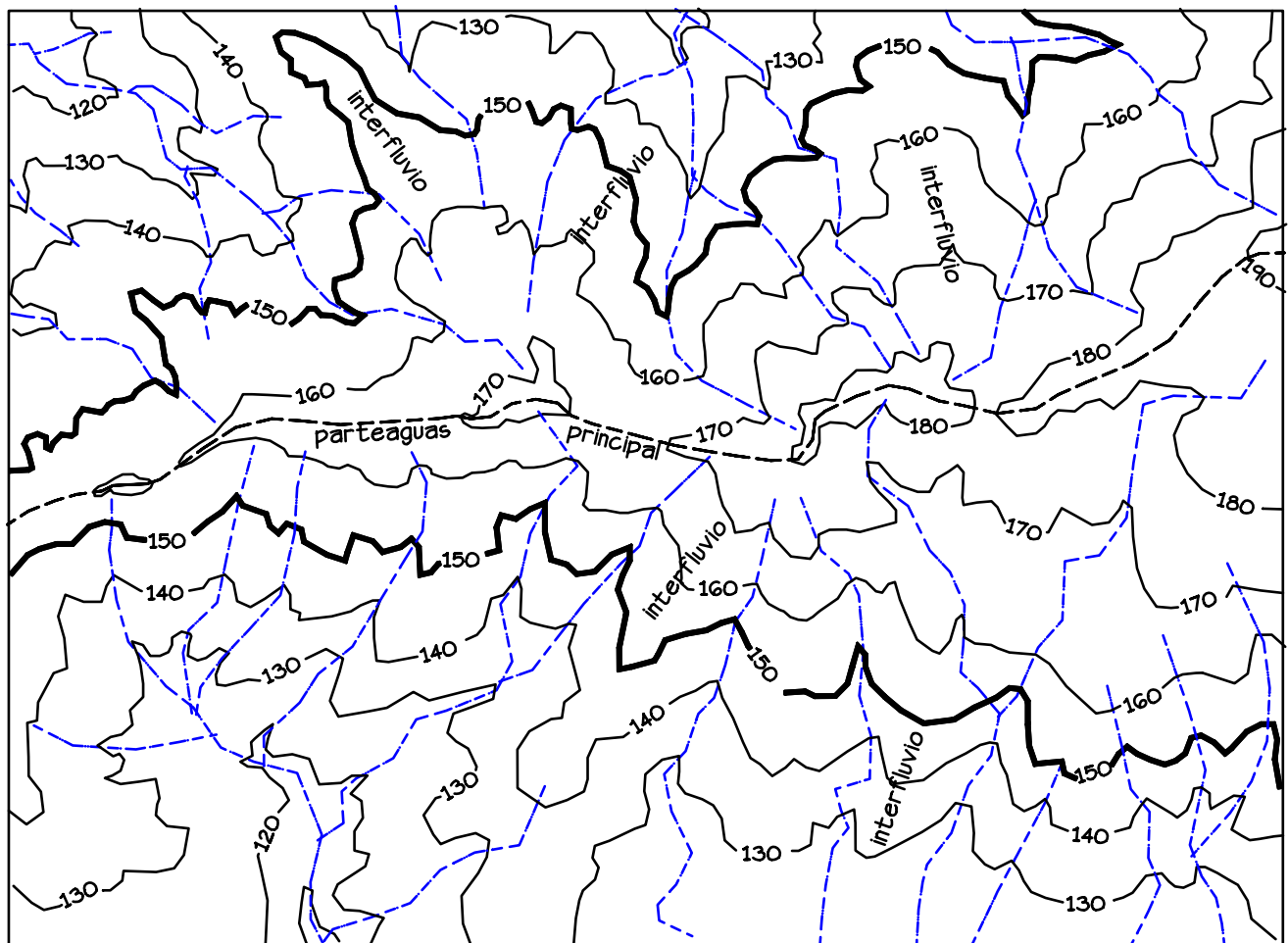
Características de las curvas de nivel.

- 1.- Siempre son curvas cerradas, aún cuando la magnitud del trabajo no nos lo muestre así.
- 2.- Nunca se bifurcan o se cruzan. En el caso de cárcavas o cavernas las curvas de cota inferior se representan en forma punteada interpretándose que unas pasan por debajo de las otras.
- 3.- Cuando las curvas de nivel tienden a juntarse nos indican que hay una pendiente más pronunciada. Y cuando tienden a separarse nos indican una pendiente más suave.
- 4.- Cuando la numeración crece hacia el punto concéntrico nos indica que es una elevación. Y cuando la numeración decrece hacia el punto concéntrico nos indica que hay una depresión.
- 5.- Entre dos vaguadas siempre existe un parteaguas y entre dos parteaguas siempre existe un escurrimiento.
- 6.- Escurrimiento (vaguada). Las curvas de nivel nos indican que hay un escurrimiento cuando tienden a acercarse a la parte alta; que es lo mismo que cuando las curvas de cota mayor envuelven a las de cota menor; que es lo mismo que cuando las curvas adoptan una forma cóncava en el sentido de la pendiente.
- 7.- Parteaguas o línea divisoria de aguas. Las curvas de nivel nos indican que existe un parteaguas cuando tienden a alejarse de la parte alta; que es lo mismo que cuando las curvas de cota menor envuelven a las de cota mayor; que es lo mismo que cuando las curvas adoptan una forma convexa en el sentido de la pendiente.

Plano de curvas de nivel

Del plano de curvas de nivel podemos decir que es un documento de trabajo fundamental para la planeación y evaluación de las actividades que están relacionadas con las formas de la superficie de la tierra. En él se pueden deducir infinidad de factores que de otra forma sería muy difícil hacerlo directamente en el terreno. La detección de barrancas, valles, dolinas, acantilados, posibles fallas, mesetas, caídas de agua, zonas de inundación o interfluvios, son algunos de los muchos elementos que podemos observar directamente en el plano sin la necesidad de tenerse que transportar al lugar mismo en el terreno.

En los planos no solamente se pueden apreciar los aspectos cualitativos de la zona, sino que por el hecho de estar contruidos a escala también se pueden obtener datos cuantitativos, como distancias, áreas, desniveles, pendientes, volúmenes, etc.



Perfil gráfico.

El perfil lo definimos como:

La traza que resulta de la intersección de un plano vertical imaginario con la superficie terrestre.

El perfil lo podemos obtener a partir de medidas directas sobre el terreno (tema que abordaremos con todo detalle en uno de los capítulos de topometría), o bien de la lectura de las curvas de nivel de un plano.

A diferencia de los diagramas anteriores en que vimos como a partir de la proyección de los planos horizontales trazados de un corte nos sirvieron para definir las curvas de nivel, en el caso del perfil, es lo contrario. Es decir, a partir de las curvas de nivel podemos construir

una gráfica que nos represente un corte del terreno. Como ejemplo, en la figura tenemos la trayectoria A-B trazada sobre el plano de curvas de nivel, en donde tomando el punto A como origen, podemos obtener las distancias que hay a cada una de las curvas cuya altura se conoce, y posteriormente elaborar su gráfica correspondiente (es decir, el perfil), relacionando cada distancia con la altura respectiva a cada curva, tal como se muestra en la parte inferior de la figura.

Cuando se tiene el plano de la configuración de un terreno interpretada por medio de las curvas de nivel, éste nos permite hacer la “lectura” tanto de las distancias horizontales como de las elevaciones a lo largo de una trayectoria o trazo preestablecido. De ahí que lo representamos como una gráfica en las dimensiones xz, es decir, distancias – alturas (cotas) en la que dadas las dimensiones de las distancias horizontales con respecto al intervalo de las alturas en que se desarrolla el perfil, la gráfica siempre tiene dos escalas, una escala horizontal para el eje de las “x”, o sea las distancias, y otra escala vertical para el eje de las “z” o alturas.

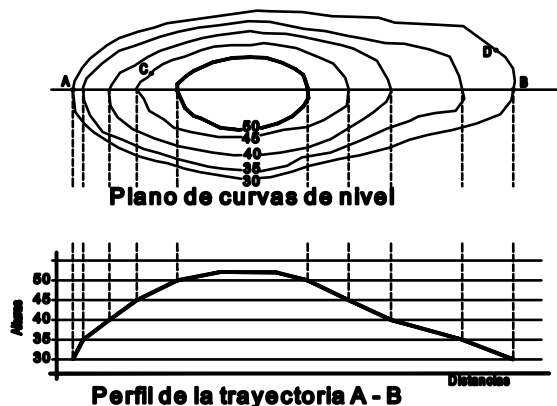
Por lo general se acostumbra (aunque no es regla), que exista una relación de 1:10 entre las escalas vertical y horizontal. Por ejemplo si la escala horizontal de un trabajo es de 1:500, entonces puede utilizarse una escala vertical de 1:50. Algunas veces, sobre todo en perfiles de cauces de ríos de larga extensión y muy poca pendiente, la relación entre una y otra escala puede llegar a ser mucho mayor.

Son tres las formas básicas que nos permitirán elaborar un perfil y es común combinarlas para obtener mayor calidad y detalle, cuestión que depende de la finalidad del trabajo y las condiciones del terreno.

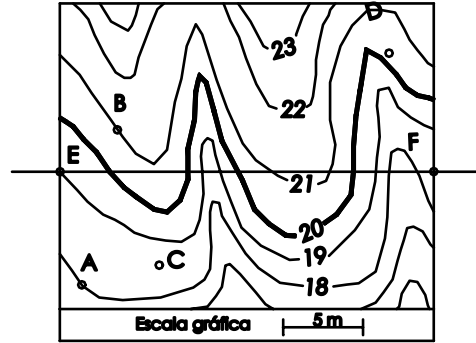
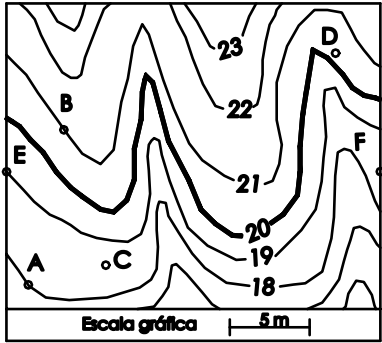
- A) Distancias y cotas a cada una de las curvas de nivel.**
- B) Distancias y cotas a puntos donde cambia el sentido de la inclinación.**
- C) Equidistancia de los puntos y sus cotas respectivas.**

Estos tres procedimientos para la obtención de la gráfica, coinciden con tres de los métodos utilizados en las mediciones de campo para la construcción de un perfil, que como mencionamos, lo abordaremos en la parte de Topometría. Por lo pronto haremos una breve descripción de cada uno de ellos; sin embargo, antes de ello debemos definir el concepto de cadenamiento, pues en lo subsecuente haremos uso cotidiano de él.

Cadenamiento de un punto es la distancia acumulativa a lo largo de una trayectoria que hay desde un origen preestablecido hasta el punto que nos interesa.



Para ejemplificar estos métodos, en el siguiente plano desarrollamos el perfil entre los puntos EF marcado en la figura.

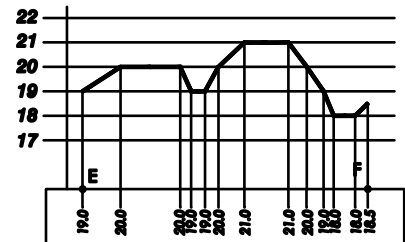
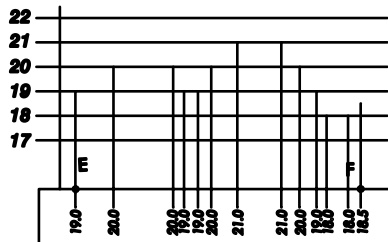
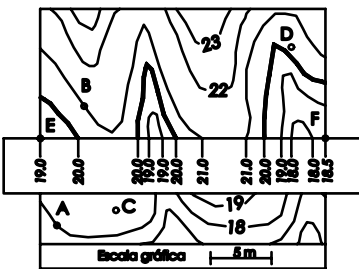


Métodos para elaborar un perfil

A) Distancias y cotas a cada una de las curvas de nivel

Consiste en elaborar una tabla que contenga los cadenamientos y elevaciones de cada una de las curvas de nivel.

Para el ejemplo emplearemos la misma escala del plano como escala horizontal del perfil, por lo que podemos marcar en una tira de papel los intervalos de distancia a que pasa cada una de las curvas de nivel y posteriormente graficarlos asignando a cada una de éstas la altura correspondiente.

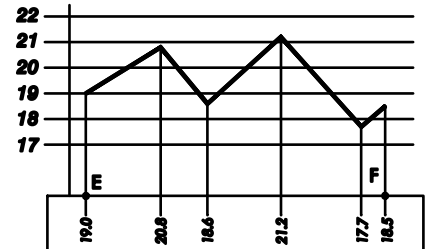
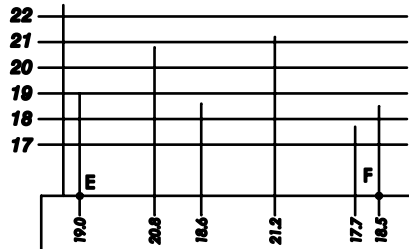
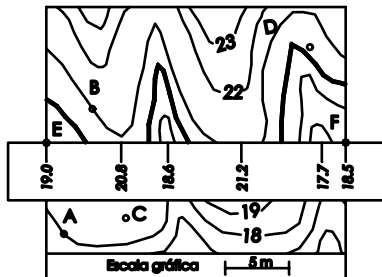


Distancias a cada curva de nivel

Este método no detecta exactamente los puntos más bajos y más altos cuando cambia de sentido la inclinación.

B) Distancias y cotas a puntos donde cambia el sentido de la inclinación

Se toma la distancia y la elevación estimada (interpolada) a cada uno de los puntos críticos de la trayectoria, tanto los más bajos, como los más altos además del inicio y final.

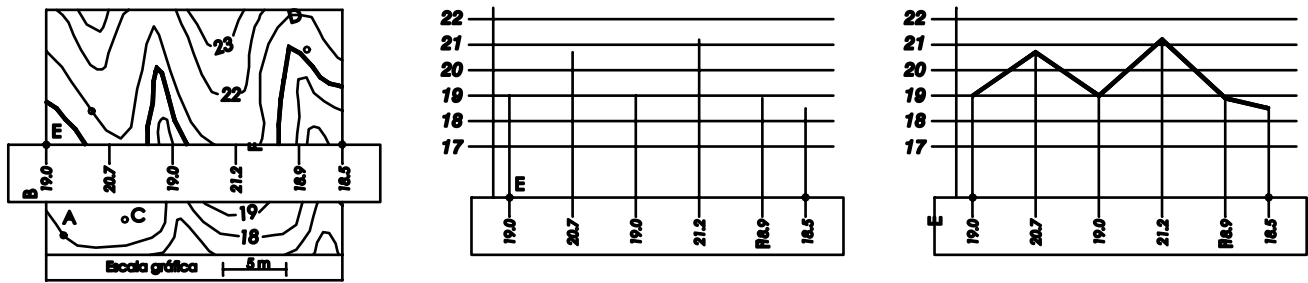


Distancias a lugares críticos

Aquí se tiene la desventaja de que la gráfica resultante puede ser errónea, pues las inclinaciones resultantes generalmente no coinciden con las laderas del terreno.

C) Equidistancia de los puntos y sus cotas respectivas.

A lo largo de la trayectoria se ubican puntos equidistantes entre sí (5, 10, 20, 25 ó 50 metros), y de cada uno de ellos se toma la elevación para posteriormente graficar los datos obtenidos.

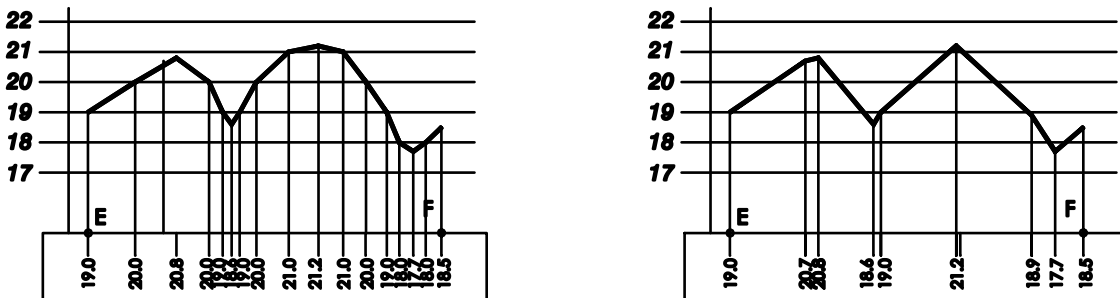


Distancias constantes

Este método es el que con más frecuencia se utiliza por su manera práctica de ejecutarlo e interpretarlo; y con más razón se utiliza en lugares donde el terreno no cuenta con muchos accidentes. Sin embargo, tiene el inconveniente de que entre cadenamiento y cadenamiento puede haber una cima o depresión destacada en el terreno y no ser detectada y, por lo tanto, no representada en la gráfica del perfil.

Por lo anterior siempre es conveniente combinar algunos de los métodos para obtener una representación más fidedigna del terreno, como se aprecia en las siguientes figuras:

Combinación de métodos



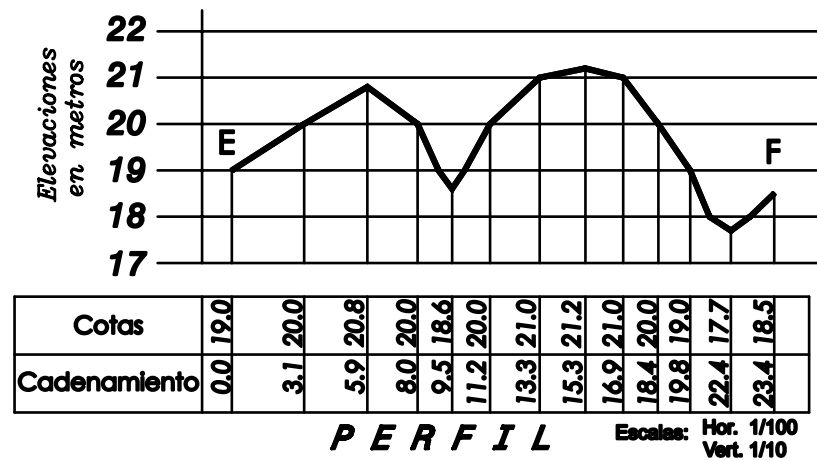
**Distancias a curvas
y puntos críticos**

**Distancias constantes
y puntos críticos**

En el ejemplo de distancias a curvas y a puntos críticos (cuando cambia el sentido de la inclinación), los datos tabulados deben quedar de la siguiente manera:

Cadenamiento en m	Elevación en m
0	19.0
3.1	20.0
5.9	20.8
8.0	20.0
9.5	18.6
11.2	20.0
13.3	21.0
15.3	21.2
16.9	21.0
18.4	20.0
19.8	19.0
22.4	17.7
23.4	18.5

Con estos datos estamos en posibilidad de construir la gráfica para elaborar el plano del perfil que debe contener todos los datos, así como especificar sus escalas horizontal y vertical



Pendiente

Definimos como **pendiente** a la relación que existe entre una distancia vertical y una horizontal expresada con respecto al número 100, de ahí que sea común decir: **pendiente por ciento** (P %). La relación puede ser con respecto a otras cantidades, por ejemplo en nuestro país se utiliza 20 ó 1000 y en tal caso se les nombra Pendiente por veinte (P_{20}) o Pendiente al millar (P_{1000}).

Cuando la relación entre estas cantidades se expresa en grados le denominaremos **inclinación**.

La pendiente la consideramos positiva si desde el punto en donde nos encontramos se observa que el terreno “sube”, y negativa si el terreno “baja”.

La pendiente es un dato importante para los agrónomos ya que influye en el movimiento del agua y el suelo. Del conocimiento exacto de ésta, en mucho dependerá el éxito de las prácticas agronómicas que deban realizarse, ya sea en obras de conservación, ingeniería de riego, el trazo de los surcos, etc.

Hay muchas denominaciones de los rangos de la pendiente, pero lo importante de éstas es poder determinar y entender que cada una de ellas obedece a una concepción y finalidad de tipo técnico, económico y social. Sobre todo cuando se refieren a los aspectos relacionados con la agricultura. Por lo que de todas las clasificaciones de pendiente debemos identificar cuál se tiene que aplicar a qué trabajos y a qué zonas del país, o bien a qué tipo de agricultura.

Por ejemplo el diccionario geomorfológico* sólo tiene cuatro rangos para definir la inclinación de las laderas; El manual de conservación de suelos de la Universidad Autónoma Agraria “Antonio Narro” al referirse al escurrimiento y su relación con la vegetación, textura de suelo y pendiente, menciona tres rangos. El manual de conservación de agua y del suelo editado por el Colegio de Posgraduados menciona cinco rangos descritos por la FAO. Sin embargo el Ing. Marco Vinicio Rodríguez G. menciona ocho.

En términos generales abrupto y escarpe son sinónimos, sin embargo para los fines que aquí perseguimos y teniendo en cuenta que el diccionario define al escarpe como una ladera abrupta o a desplome, le daremos mayor peso a su segunda acepción. Es decir, ubicaremos al escarpe en la clasificación que hace el Ing. Marco Vinicio Rodríguez, entre el rango de los 45° (100%) y la caída a desplome. De esa manera podremos entonces referirnos a una pendiente abrupta como aquella que es muy pronunciada pero que no rebasa los 45°. Para reafirmar lo anterior podemos mencionar que para los materiales no consolidados, las pendientes superiores a 45° son muy raras (M. Derrau, 1958), y el “máximo ángulo de reposo” se encuentra en las gravas de grano grueso y angular, que oscila entre 35° y 42° (F. H. Lahee, 1952), mientras que la gravas de suelos redondeados no suelen llegar a 35°.

Habiendo hecho esta aclaración, a continuación se presentan las siguientes tablas de las fuentes, instituciones y personas antes mencionadas, en las que se exponen los diferentes rangos de pendientes y sus denominaciones respectivas. En cada tabla aparecen los valores tanto en grados de inclinación como en porcentaje de pendiente.

Para clasificar las laderas según O. K. Leontiev y G. I. Richagov. Diccionario geomorfológico.

	Intervalo de inclinación Grados	Denominación de la Pendiente	Valor de la pendiente en %
	2° - 5°	Suaves	3 – 9
	5° - 15°	Tendidas	9 – 27
	15° - 35°	Pendiente media	27 – 70
	35° y mas	Abruptas	70 y mas

Para referirse a los coeficientes de escurrimiento

	Intervalo de inclinación Grados	Denominación de la Pendiente	Valor de la pendiente en %
	0° - 3°	Plano	0 – 5
	3° - 6°	Ondulado	5 – 10
	6° - 17°	Escarpado	10 – 30

Clasificación de la FAO (Food and Agriculture Organization, “Organización para la Alimentación y la Agricultura”)

Fase	Intervalo de inclinación Grados	Denominación de la Pendiente	Valor de la pendiente en %
I	0° - 1.5°	Llano	0 – 3
II	1.5° - 7°	Ondulado	3 – 12
III	7° - 11°	Montañoso	12 – 20
IV	11° - 19°	Muy montañoso	20 – 35
V	19° y mas	Escarpado	35 y mas

Ing. Marco Vinicio Rodríguez, modificada en lo que respecta a los rangos abrupto y escarpe.

	Intervalo de inclinación Grados	Denominación de la Pendiente	Valor de la pendiente en %
	0° - 1.5°	Nula	0 – 3
	1.5° - 5°	Débil	3 – 9
	5° - 10°	Suave	9 – 18
	10° - 15°	Moderada	18 – 27
	15° - 20°	Severa	27 – 36
	20° - 30°	Fuerte	36 – 57
	30° - 35°	Muy fuerte	57 – 70
	35° - 45°	Abrupta	70 – 100
	45° y más	Escarpe	100 y mas

Sin importar la denominación que tenga la pendiente, su valor incide y afecta al escurrimiento en la forma siguiente:

Pendiente 0 a 5 %	Agua estancada o escurrimiento muy lento, la mayor parte del agua se percola o se evapora.
Pendiente 5 a 10 %	Escurrimiento de lento a medio, hay agua superficial por periodos cortos, erosión leve.
Pendiente 10 a 20 %	Escurrimiento rápido, la mayor parte del agua escurre en la superficie, sólo una pequeña parte se infiltra, erosión media.
Pendiente 20 a 35 %	Escurrimiento muy rápido, casi toda el agua escurre, erosión severa.
Pendiente Más de 35 %	Se mueve tan rápido como se precipita al suelo, erosión muy severa.

Cálculo de pendiente

Atendiendo a la definición de pendiente tenemos que :

$$\frac{D_v}{D_h} = \frac{P}{100}$$

Donde

D_v = Distancia vertical = Diferencia de nivel

D_h = Distancia horizontal

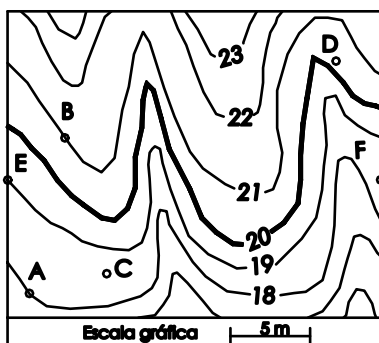
P = pendiente buscada

La pendiente puede ser positiva o negativa dependiendo del lugar en que nos encontremos, por lo que el signo positivo o negativo indicará si el terreno baja o sube con respecto a nuestra posición.

Del plano que hemos venido utilizando podemos estimar que la cota del punto C es de 18.5 m y la del punto D es de 20.2 m, por lo que la distancia vertical que existe entre los dos (diferencia de nivel) es de 1.70 m. Así mismo consideremos que la distancia que separa a estos dos puntos es de 19.66 m.

Entonces la pendiente entre el punto C y D será:

$$\frac{1.70}{19.66} = \frac{P_{CD}}{100} \quad P_{CD} = \frac{1.70 \times 100}{19.66} \quad P_{CD} = \frac{170}{19.66} = 8.65 \%$$



La pendiente entre los puntos A y B será:

Cota de A= 19 m, cota de B=21 m, distancia entre AB= 10.00 m

$$\frac{2.00}{10.00} = \frac{P_{AB}}{100} \quad P_{AB} = \frac{2.00 \times 100}{10.00} \quad P_{AB} = \frac{200}{10.00} = 20 \%$$

La pendiente entre los puntos B y F será:

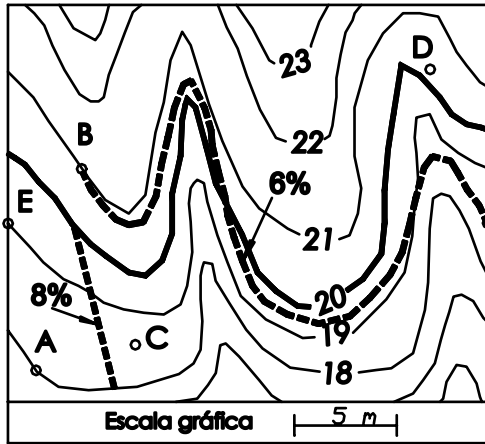
Cota de B=21 m, cota de F=18.5 m, distancia BF=20.05 m.

$$\frac{2.5}{20.05} = \frac{P_{BF}}{100} \quad P_{BF} = \frac{2.5 \times 100}{20.05} \quad P_{BF} = \frac{250}{20.05} = 12.47 \%$$

Efectuar el cálculo de las pendientes entre BD y DF.

Trazo de una pendiente en el plano de curvas de nivel.

Pongamos por caso que deseamos trazar una línea que tenga una pendiente de 25%, entonces lo que debemos hacer es escoger un intervalo entre curvas de nivel, por ejemplo, para el plano anterior tomaremos un valor de $Dv=2$, entonces tenemos que encontrar cual es la distancia que deba tener una línea que una puntos cuya diferencia de nivel sea 2.



$$\frac{Dv}{Dh} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{2}{Dh} = \frac{25}{100}$$

$$Dh = \frac{2 \times 100}{25}$$

$$Dh = 8$$

Quiere decir que al colocar una distancia de 8.0 m que una dos curvas cuya diferencia de nivel sea de 2m entonces tendremos una pendiente de 25 %.

No siempre es necesario o requisito que la distancia que une el intervalo escogido sea localizada en línea recta. Es muy común que el trayecto para recorrerla lo haga a lo largo de una trayectoria curva.

Por ejemplo, para trazar una pendiente del 6% entre los puntos B y F, (que ya sabemos que su desnivel es de 2.5m), calculamos la distancia horizontal

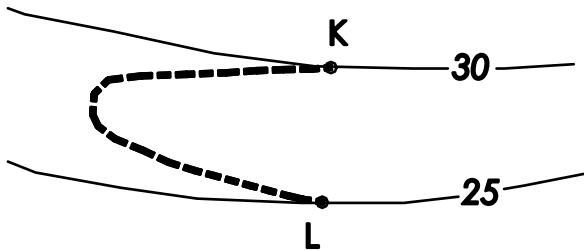
$$\frac{Dv}{Dh} = \frac{6}{100}$$

$$\frac{2.5}{Dh} = \frac{6}{100}$$

$$Dh = \frac{2.5 \times 100}{6}$$

$$Dh = 41.67$$

Sin embargo si unimos los puntos con una línea recta, vemos que no se cumple con la longitud de 41.67m, porque los puntos están más cerca. Entonces tenemos que realizar un trazo curvo que nos permita alargar la distancia y cumplir con la que hemos calculado.



En caminos construidos en pendientes muy fuertes es común encontrar trazos en forma de U para lograr la pendiente requerida. La figura de la izquierda nos muestra como a medida que se avanza de un punto al otro (sobre la línea discontinua), las elevaciones son diferentes.

Calcula la pendiente de la línea discontinua si el dibujo está elaborado en escala 1:100

Clasificación de laderas

Ladera es la porción inclinada de la superficie terrestre que delimita formas elevadas y deprimidas en relación con las elevaciones que las rodean.

Según O. Leontiev y G. Richagov, las laderas se pueden clasificar de acuerdo con diferentes parámetros, en varios tipos:

I Por su inclinación:

- a) Abruptas ($> 35^\circ$)
- b) De pendiente media (35° a 15°)
- c) Tendidas (15° a 5°)
- d) Suaves (5° a 2°)

II Por su longitud:

- a) > 500 m
- b) 500 a 50 m
- c) < 50 m

III Por la forma del perfil:

- a) Rectas
- b) Cóncavas
- c) Convexas
- d) Cóncavas convexas
- e) Cualquiera de las anteriores con escalones

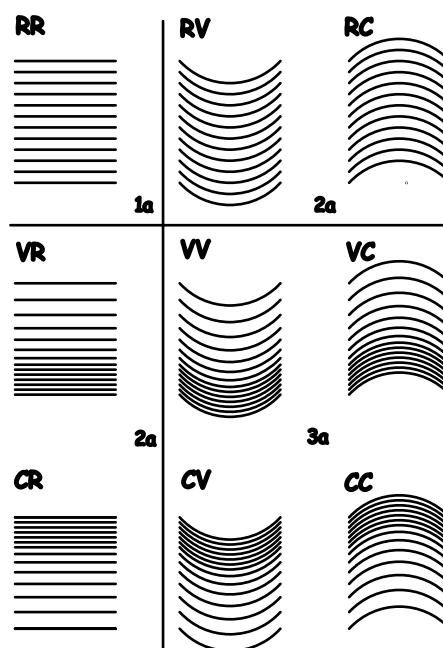
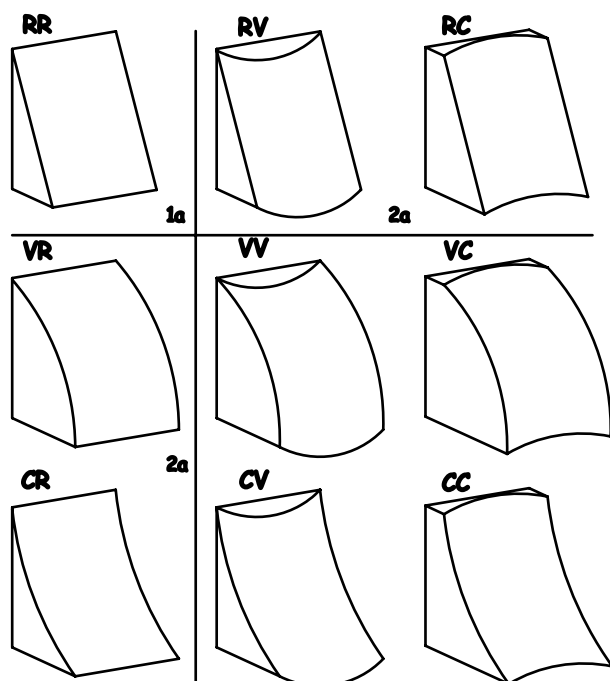
IV Por su origen:

- a) Endógenas:
- b) Exógenas
 - b₁) Denudatoria
 - b₂) Acumulativa

De la combinación de las formas recta, cóncava y convexa, derivan las llamadas nueve geometrías básicas de las laderas, como a continuación muestran las siguientes figuras:

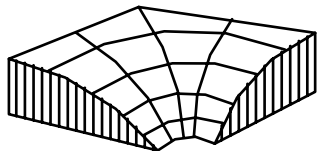
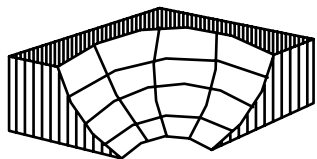
Las nueve geometrías básicas de las laderas

R = Recta V = Convexa C = Cóncava

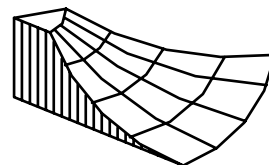
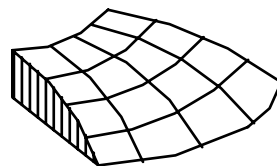


Laderas y su relación con el movimiento del agua y del suelo

Laderas colectoras

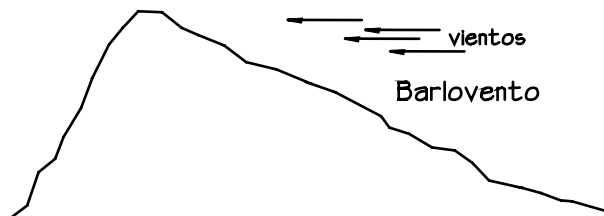


Laderas esparcidoras

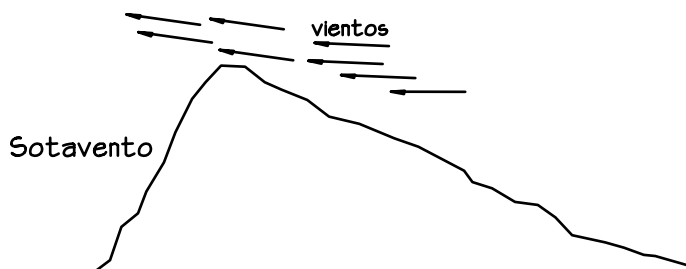


Laderas en relación con la dirección del viento

Ladera de barlovento.- Vertiente de un elemento orográfico orientada al lado por el cual sopla el viento. Generalmente se presenta con forma alargada en dirección de éste.



Ladera de sotavento.- Superficie inclinada del relieve terrestre, orientada hacia el lado contrario de aquella que recibe el viento.



Unidad 3. Cuenca

Problemática

El agua para uso humano ya sea para su consumo directo, para la agricultura o para la industria, se ha convertido en los últimos tiempos en tema obligado y prioritario para todos los gobiernos del mundo. Los conflictos por el aprovechamiento de este recurso los vemos potencialmente a nivel internacional como en los casos de Egipto, Sudán y Etiopía con las aguas del río Nilo; Turquía, Siria e Irak, con las aguas de los históricos ríos Trigris y Éufrates; en medio oriente con el río Jordán de cuyo sistema hidrológico se aprovechan los habitantes de Israel, Jordania, Siria y Líbano. En nuestro continente y concretamente nuestro país y su colindante hacia el norte, los problemas, negociaciones y convenios respecto al uso de las aguas del río Bravo. En el ámbito nacional Estatal, con las presas Don Martín y Venustiano Carranza, ubicadas en Coahuila, y el trasvaso de aguas hacia la presa Falcón, ubicada en el Estado de Tamaulipas. En el ámbito regional por ejemplo la problemática del Lago de Chapala, y el uso que se da del agua en todos los afluentes que a él convergen. La incomodidad latente de los habitantes de los estados de México y Michoacán por el agua que se extrae de sus zonas (o la que escurriría hacia ellas), para traerla a la Ciudad de México. En el ámbito local se incrementan las rivalidades entre comunidades y aún entre los propios colonos e ellas. Sólo por mencionar algunos ejemplos, están los casos de los Municipios de Ecatepec, Nezahualcoyotl, Chimalhuacán, Valle de Chalco, La Paz, Ixtapaluca y Chicoloapan que cuentan con un insuficiente caudal de agua potable aún cuando hay una sobreexplotación de los mantos acuíferos del Valle de México. Por las mismas razones, está la problemática derivada del uso de las aguas del acuífero Tepalcingo-Axochiapan, que involucra a los municipios de Tepalcingo, Axochiapan, Jonacatepec, Jantetelco, Temoac, Tetela del Volcán y Zacualpan de Amilpas, todos ellos pertenecientes al Estado de Morelos; y Tepexco y Lagunillas de Rayón, pertenecientes al estado de Puebla.

En la zona aledaña a Texcoco, cada vez es más complicada la racionalización del agua a través de los “tandeos” (turnos) que se hacen, de este líquido que proviene de los manantiales producto del deshielo y precipitaciones de las zonas altas de la montaña Iztacihuatl.

Ante tal situación es importante conocer, inclusive dominar, el manejo del vaso receptor de las aguas pluviales, es decir, la **Cuenca**. Porque como se puede inferir de lo expresado anteriormente, ante el crecimiento demográfico mundial, han aparecido nuevos fenómenos relacionados con el uso del agua, que nuestros antepasados no tuvieron que enfrentar.

Todos vivimos en una parte de la cuenca. Todo lo que hacemos repercute en los demás. No hay acciones materiales humanas que estén exentas de influir positiva o negativamente dentro de la cuenca. La contaminación, los drenajes, la basura, los pozos, la extracción o depósito de materiales, líquidos o sólidos, todo repercute en la cuenca.

El manejo y conocimiento de la cuenca es obligado para los agrónomos y en este tema nos abocaremos a la determinación y estudio de la **Cuenca Hidrográfica**, ya que la **Cuenca Hidrológica** es un concepto más integral y complejo pues abarca además de los fenómenos de las aguas superficiales, los de las aguas subterráneas; y la relación de ambos con los de las ciencias naturales, ciencias económicas, políticas y sociales.

Definición de Cuenca Hidrográfica

En éste como en otros conceptos, son muchas y variadas las definiciones que existen, dependiendo del autor y de la profundidad con que se quiera abordar. A continuación damos unas cuantas de ellas para ejemplo de lo dicho:

La cuenca tributaria a un valle queda determinada por el área comprendida dentro de la línea divisoria de las aguas, la cual separa una vertiente de las otras. (Gómez y Aparicio, 1980. p. 334)

Área más alta de determinado punto de referencia de una corriente de agua cuya escorrentía o escurrimiento contribuye al volumen de esa corriente (Foster,..1981,..p.394)

El área total de terrenos sin consideración a su tamaño situada aguas arriba de un determinado punto sobre una corriente de agua y que aporta aguas de escurrimiento superficial al volumen de agua que pasa por ese punto. ()

Territorio cuyas aguas afluyen todas a un mismo río, lago o mar. (Diccionario de la Real Academia de la Lengua)

Unidad natural definida por la existencia de la divisoria de las aguas en un territorio dado. Las cuencas hidrográficas son unidades morfográficas superficiales. Sus límites quedan establecidos por la divisoria principal de las aguas de las precipitaciones; también conocido como “parteaguas”. El parteaguas, teóricamente, es una línea imaginaria que une los puntos de máximo valor de altura relativa entre dos laderas adyacentes pero de exposición opuesta; desde la parte más alta de la cuenca hasta su punto de emisión, en la zona hipsométricamente más baja. Al interior de las cuencas se pueden delimitar subcuencas o cuencas de orden inferior. Las divisorias que delimitan las subcuencas se conocen como parteaguas secundarios. (Instituto Nacional de Ecología)

A los efectos de la presente ley se entiende por cuenca hidrográfica el territorio en que las aguas fluyen al mar a través de una red de cauces secundarios que convergen en un cauce principal único. La cuenca hidrográfica, como unidad de gestión del recurso, se considera indivisible. (Ley de Aguas de España -art. 16- aprobada el 20 de julio de 2001)

Superficie de la tierra firme, delimitada por líneas divisorias de aguas, donde queda comprendida una corriente principal y todos sus afluentes. (Diccionario geomorfológico, UNAM. 1989)

De todas ellas podemos concluir que:

Cuenca es la superficie de terreno cuyas aguas afluyen a un río, lago o mar y está delimitada por el parteaguas.

Determinación de la Cuenca



Lo primero que debemos hacer es definir sobre el cauce el punto donde cerrará la cuenca, es decir, el lugar por donde cuantificaremos el escurrimiento. A este punto se le denomina **zona de emisión o desembocadura**, y en el diagrama de la izquierda está indicado con un círculo obscuro.

Para iniciar la determinación siempre es conveniente destacar las curvas más sobresalientes, de tal manera que nos permitan interpretar de una vista rápida hacia donde “corren” en forma general los escurrimientos.

En el diagrama se observa que hay elevaciones de 200, 150 y 100; y por la forma en que están dispuestas las curvas el agua “corre” prácticamente hacia los cuatro lados, pero también hacia el centro del diagrama que es el lugar en donde se encuentra localizado el punto de desembocadura.

La línea divisoria de aguas es la línea imaginaria que une los puntos más altos del relieve entre dos corrientes fluviales, y ella nos va a permitir separar las corrientes que fluyen hacia adentro de la cuenca con las que fluyen hacia afuera, análisis que debemos

realizar a partir del punto de desembocadura, primero hacia un lado hasta la parte más alta y luego, nuevamente, desde el punto de desembocadura por el otro lado, hasta unirla con el primer trazo. Si esto se nos complica, entonces antes de iniciar el trazo del parteaguas será conveniente dibujar todos los escurrimientos que fluirán hacia el punto de desembocadura.



Análisis de la Cuenca

De la cuenca podemos determinar las características de los elementos que la conforman, como son: el tamaño, la forma, la configuración de su drenaje, la cantidad de afluentes, la longitud de éstos, y otros muchos índices y parámetros que nos indican el funcionamiento de la misma. Sin embargo, solo veremos algunos de ellos.

Índice de forma

Es la relación que existe entre el largo de la cuenca y su ancho; ambas magnitudes son en línea recta y en promedio. De éste índice se dice que cuando su valor se acerca más a 1, quiere decir que hay una mejor distribución del escurrimiento.

$$IF = \frac{La}{An}$$

Donde:

IF= Índice de forma

La = Largo promedio de la cuenca

An = Ancho promedio de la cuenca

La pendiente media del cauce principal

La pendiente media del cauce principal de la cuenca se puede estimar mediante la fórmula siguiente:

$$\%P = \frac{H}{L} \times 100$$

Donde:

%P = Pendiente media

H = Desnivel entre la zona de emisión y el sitio MÁS ALEJADO de la cuenca (m)

L = Longitud a lo largo del cauce entre la zona de emisión y el sitio MÁS ALEJADO (m)

Orden de la corriente

El orden de la corriente en la zona de emisión se forma de la siguiente manera:

Se le asigna el primer orden a todas las corrientes que no tengan ningún tributario. Se le asigna el segundo orden a la corriente formada por dos de primer orden. Se le asigna el tercer orden a la corriente formada por dos de segundo orden, y así sucesivamente. Cuando se unen dos corrientes de diferente orden, no cambia de orden y persiste el mayor.

Área de la cuenca

El área se puede obtener con ayuda de un instrumento mecánico o electrónico denominado planímetro y a falta de éste se utiliza el método del cuadro unitario o el método de los triángulos; éste consiste en cuadricular (o triangular) en el plano la zona que abarca la cuenca y posteriormente contar cuántos cuadros caben en ella. El área del cuadro unitario se calcula según la escala y por lo tanto se puede saber el área total.

Supongamos que se trata de una carta escala 1:20,000 y que se trazan cuadros de 1cm por lado, el análisis será como sigue, utilizando la fórmula de escala:

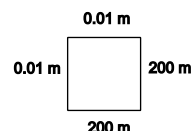
$$\frac{\text{Magnitud dibujada en el papel}}{\text{Magnitud real en el terreno}} = \frac{1}{X}$$

Primero debemos saber a cuanto equivale en el terreno 1cm de la carta, es decir, 0.01m

$$\frac{0.01m}{\text{terreno}} = \frac{1}{20000}$$

$$\text{terreno} = \frac{0.01m \times 20000}{1}$$

$$\text{terreno} = 200 \text{ m}$$



Cada cuadro tiene por lado 200m en el terreno.

Por lo que $200m \times 200m = 40000m^2$. Entonces este resultado podrá multiplicarse por el número de cuadros contados dentro de la cuenca.

Precipitación media

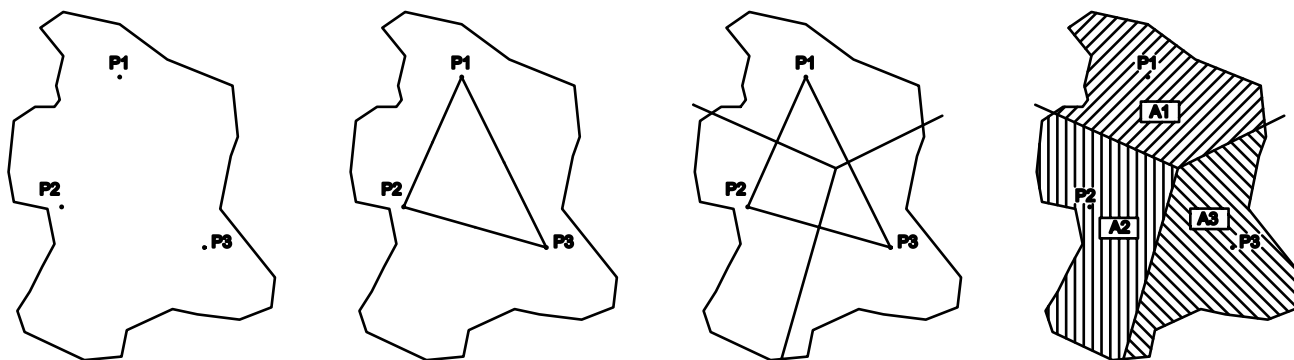
La precipitación pluvial, llamada también lámina pluvial, se mide generalmente en milímetros y se registra mediante el pluviómetro, cuyos detalles y funcionamiento corresponden a la Meteorología. Para nuestro análisis, los valores que utilizaremos los podemos obtener de la “Clasificación Climática de Köpen, modificada por la Dra. Enriqueta García”; publicación que prácticamente tiene datos de todas las estaciones meteorológicas del país, y entre ellos los valores de la precipitación media.

La precipitación media (PM) de una cuenca se utiliza en la estimación del volumen de agua que se puede captar en ella y varios son los métodos utilizados, de los cuales dos de ellos son:

a) Media aritmética. Este método consiste en calcular la precipitación a partir de los registros pluviométricos de las estaciones climatológicas comprendidas dentro del área de interés.

$$PM = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n}{n}$$

b) Polígonos de Thiessen. Este método consiste en unir con líneas rectas, a manera de formar triángulos, los pluviómetros previamente localizados en un plano, comprendidos dentro del área de interés.



En los lados de esos triángulos se levantan perpendiculares mediatrices, formando así varios polígonos cada uno de los cuales encierra un solo pluviómetro. El área de influencia de cada polígono será el área de influencia del pluviómetro correspondiente.

La fórmula para determinar la PM por este método es:

$$PM = \frac{P_1 A_1 + P_2 A_2 + P_3 A_3 + \dots + P_n A_n}{\text{Área Total}}$$

Donde:

A_n = Área de cada polígono trazado.

P_n = Lámina de lluvia del pluviómetro correspondiente

Volumen medio de agua precipitada

El valor de la precipitación media es necesario para calcular el volumen de agua que se pretende captar o retener y se calcula mediante la fórmula:

$$V_m = A \cdot PM$$

Donde: V_m = Volumen medio (m^3)
 A = Área de la cuenca (m^2)

PM = Precipitación media (m)

Volumen de agua potencialmente aprovechable

Éste se obtiene aplicando un coeficiente de escurrimiento al volumen medio de agua precipitada.

$$V_{ma} = V_m \cdot C$$

Donde: V_{ma} = Volumen medio de agua aprovechable
 V_m = Volumen medio de agua precipitada (m^3)
 C = Coeficiente de escurrimiento (tabla)

Valores del coeficiente de escurrimiento C

Topografía Y vegetación	Textura del Suelo		
	Ligera	Media	Pesada
BOSQUE Pendientes			
Plano (0-5% pendiente)	0.10	0.30	0.40
Ondulado (5-10 % pendiente)	0.25	0.35	0.50
Escarpado (10-30% pendiente)	0.30	0.50	0.60
PASTIZALES			
Plano (0-5% pendiente)	0.10	0.30	0.40
Ondulado (5-10 % pendiente)	0.16	0.36	0.55
Escarpado (10-30% pendiente)	0.22	0.42	0.60
TERRENOS CULTIVADOS			
Plano (0-5% pendiente)	0.30	0.50	0.60
Ondulado (5-10 % pendiente)	0.40	0.60	0.70
Escarpado (10-30% pendiente)	0.52	0.72	0.82

Volumen de agua almacenada en represas

Por el tiempo y forma en que escurre el agua es imposible aprovecharla en ese mismo lapso, por ello es necesario construir represas (o grandes presas) para detenerla y después, paulatinamente suministrarla según las necesidades. Las curvas de nivel nos permiten calcular el volumen que se puede almacenar, dependiendo de la altura que tenga la represa localizada en la zona de la desembocadura.

$$V_{aa} = \left(\frac{A_1}{2} + A_2 + A_3 + K + \frac{A_n}{2} \right) \cdot h$$

Donde: V_{aa} = Volumen de agua almacenada

A_1 = Área de la curva de nivel más baja dentro de la cuenca hasta la línea de represa.

A_2 = Área de la curva inmediata superior a A_1 , hasta la línea de represa.

A_n = Área de la curva de nivel hasta el límite de represa.

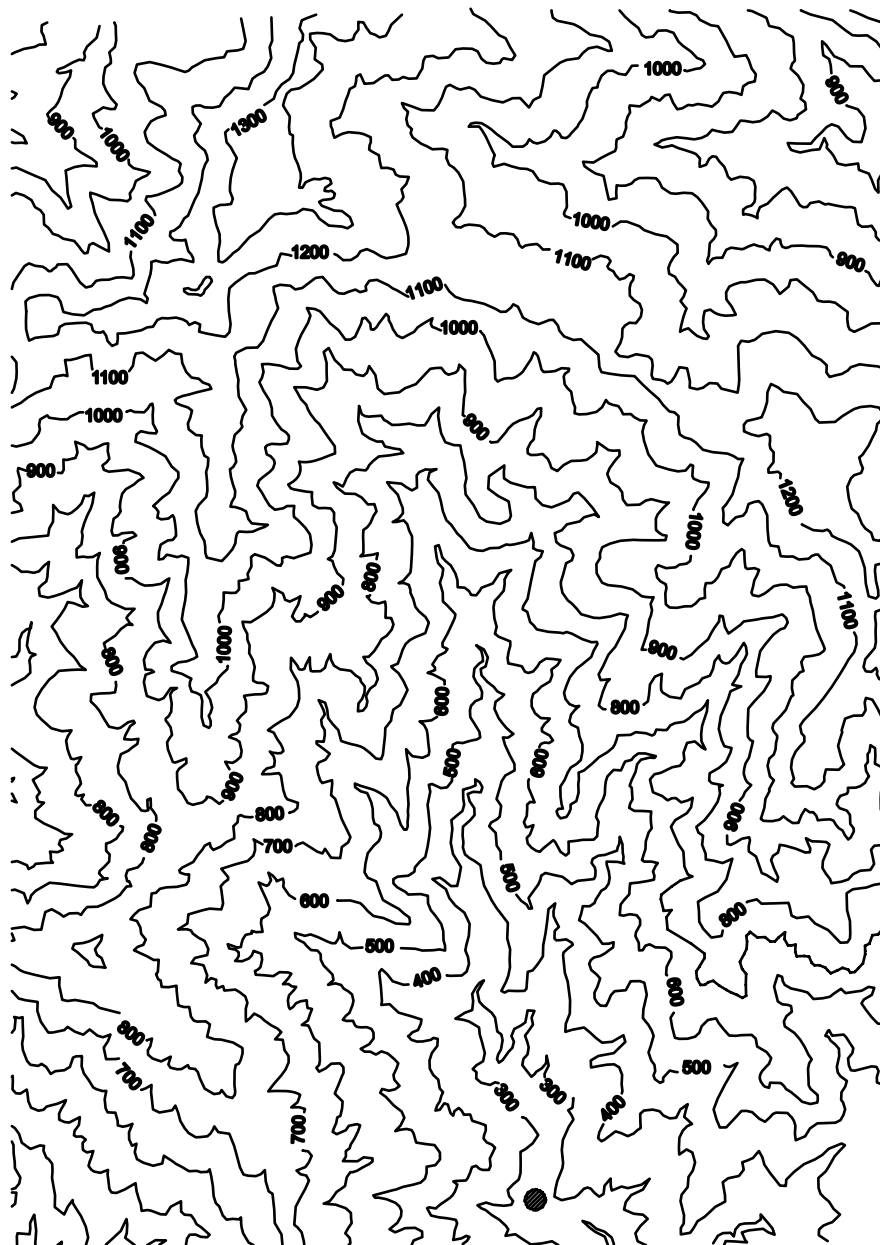
h = Equidistancia entre las curvas de nivel.

Ejemplo de análisis de una cuenca

Determinación de la cuenca

El primer paso es determinar sus límites, hallando la línea divisoria de aguas que separa la cuenca en estudio de las adyacentes.

Para ello debemos definir sobre el cauce principal el punto donde cerrará la cuenca, y que se le denomina **zona de emisión o desembocadura**



Siempre es recomendable destacar las curvas más remarcadas, llamadas "maestras", mediante las cuales podemos interpretar de una vista rápida hacia dónde escurre en forma general el agua precipitada.

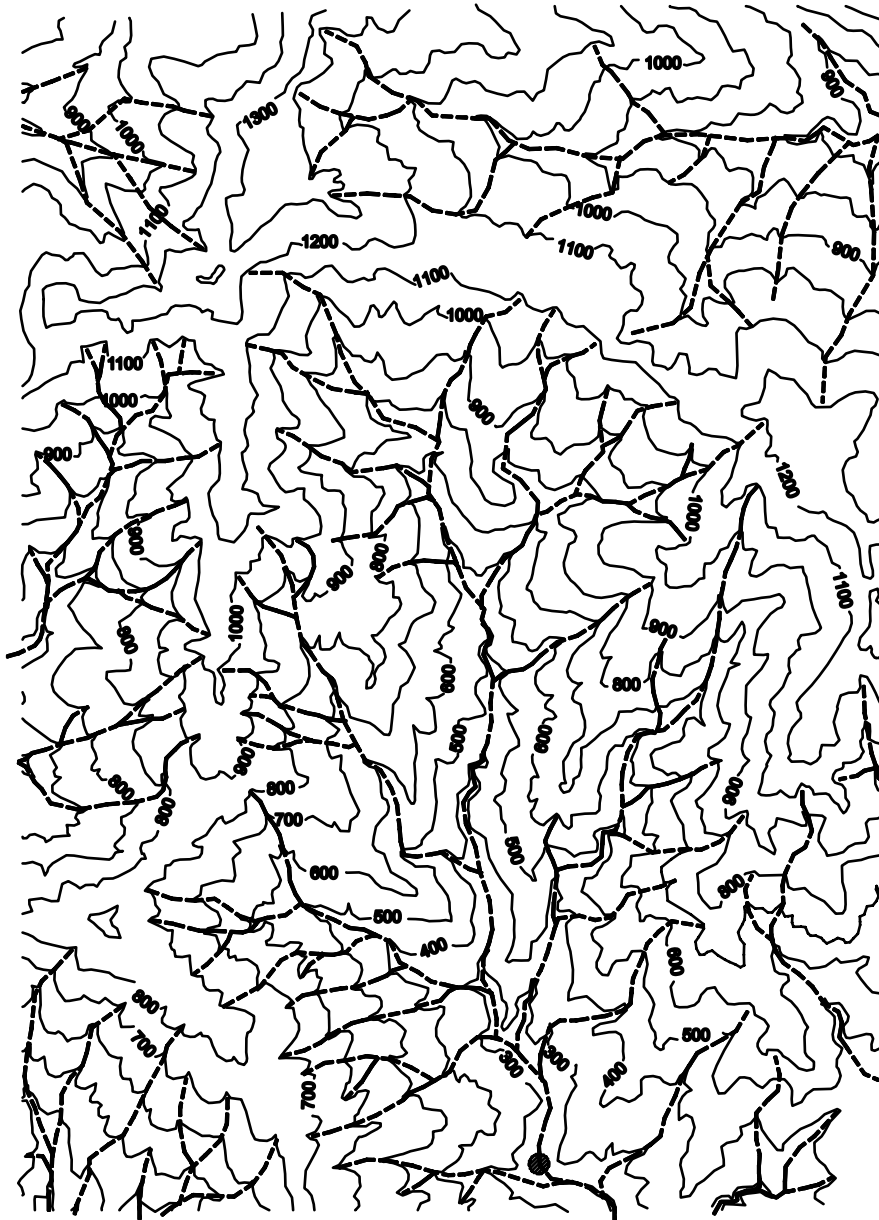
Por ejemplo, si tenemos curvas cuya equidistancia sea de 20m, como las de INEGI escala 1:50,000, conviene analizar las curvas maestras, cuya elevación es un múltiplo de 100m.

En la figura de la izquierda podemos observar que en la parte superior hay alturas de 1300, en la parte izquierda media, alturas de 1000 y en la parte derecha media de 1200, así mismo en la parte inferior central pueden observarse cotas de 400 y 300. Este primer análisis nos permite darnos idea a *grosso modo* por dónde estarán los límites de la cuenca.

Cuando nos iniciamos en este análisis siempre es conveniente tener a la mano hojas de papel transparente, a fin de separar en la medida de lo posible los diferentes elementos que estarán sujetos a estudio. En el caso de cartas a colores se facilita el trabajo porque se

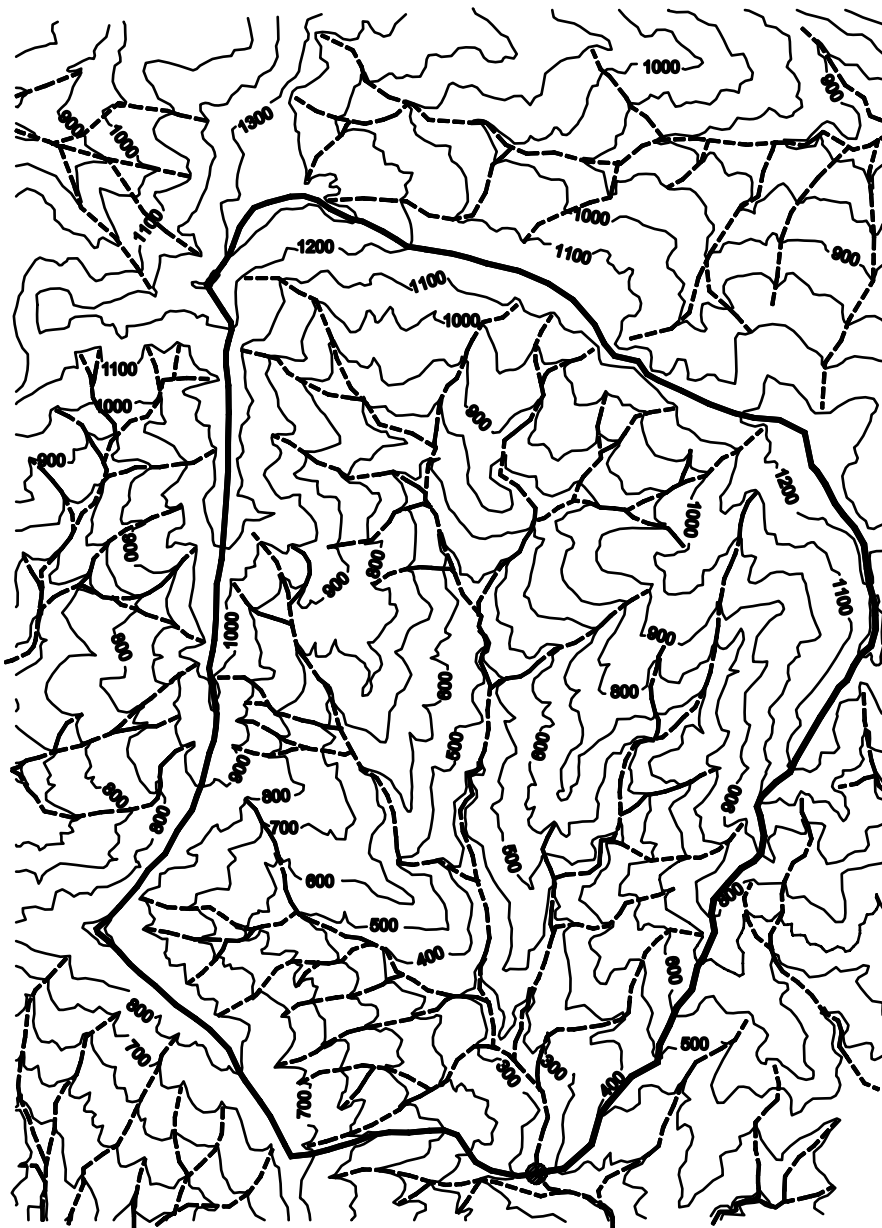
destaca claramente el azul de los escurrimientos; sin embargo, cuando se trata de copias en blanco y negro o gama de grises, la interpretación es un poco más laboriosa, pero no menos sencilla.

El segundo paso será indicar cuales son los escurrimientos que podemos “leer” en el mapa, teniendo en cuenta que las características de las curvas de nivel nos dicen que hay uno en la medida en que las curvas de nivel se acerquen a la parte alta. Así, de todos los escurrimientos que obtengamos, se podrá observar claramente cuáles son los que contribuyen con su caudal al escurrimiento que pasa por la zona de emisión y también podremos observar cuáles no pertenecen a la cuenca en estudio. Como resultante lógica sabremos que entre unos y otros forzosamente tendrá que estar la divisoria de aguas que delimita la cuenca.



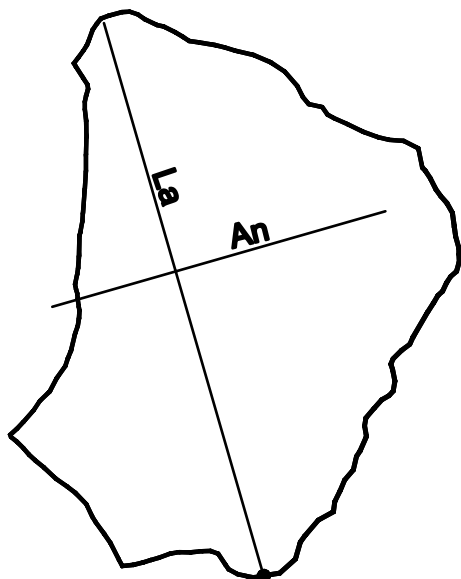
La cuenca se puede observar casi a simple vista si tenemos identificados los escurrimientos, tanto los que pertenecen a ella como los de las cuencas adyacentes.

Para delimitarla, y que no incurramos en un error, es conveniente trazarla desde la zona de emisión o desembocadura, primero por uno de los lados y luego por el otro, hacia las curvas de más altitud, a fin de que los dos trazos se encuentren en la parte superior de la cuenca.



Una vez que ya está delimitada podemos proceder a realizar los diferentes cálculos que corresponden al análisis.

Índice de forma



Por ser un índice no importan las unidades que utilizemos para calcularlo, puede ser en metros si utilizamos un escalímetro y trabajamos a la escala en que está construido el plano, o también en simples centímetros midiendo directamente con una regla común y corriente.

El criterio para obtener las longitudes es medir el largo a partir de la zona de emisión en dirección a la parte más alejada de la cuenca.

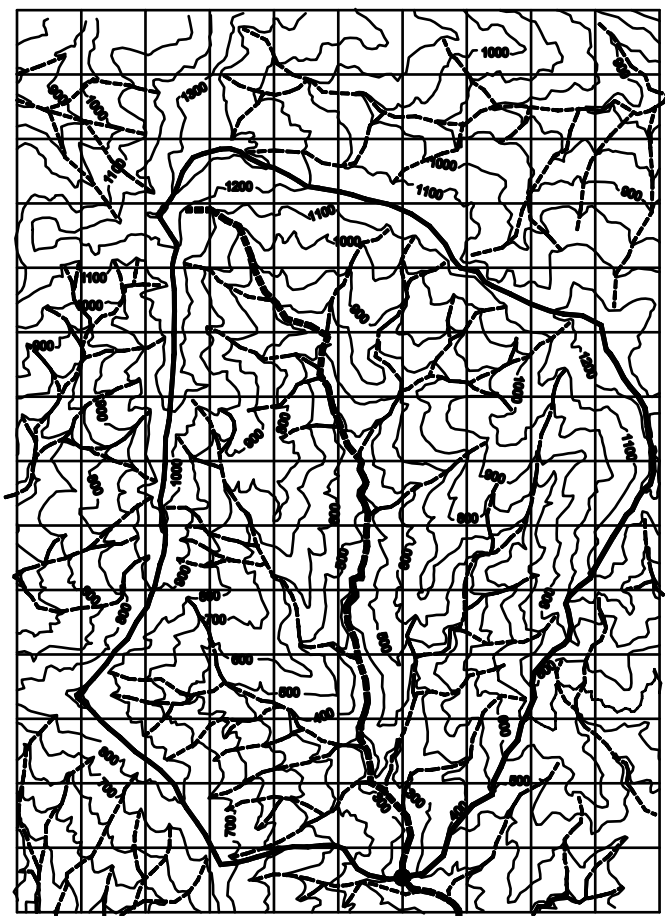
El ancho se obtiene en forma perpendicular al largo, sin que la medida sea en la parte más ancha, ni tampoco en la más angosta.

$$IF = \frac{La}{An}$$

$$IF = \frac{12.40}{7.53}$$

$$IF = 1.65$$

Pendiente del cauce principal



El cauce principal queda conformado por aquel que parte desde la zona de emisión o de desembocadura hasta el punto más lejano de la cuenca

En la figura se observa que en la zona de emisión el cauce tiene una cota de 250m, y en la parte más alejada de 1300m, lo que nos da un desnivel de $H = 1050m$. La medición a lo largo del cauce se realiza tomando en consideración todas las curvas y quiebres que éste tiene, y para medirlo podemos hacerlo con una tira de papel en donde vamos acumulando cada una de las longitudes entre las curvas del cauce, para después medir la longitud total, que para el ejemplo fue de 12,460m; por lo tanto tendremos que:

$$\%P = \frac{H}{L} \times 100$$

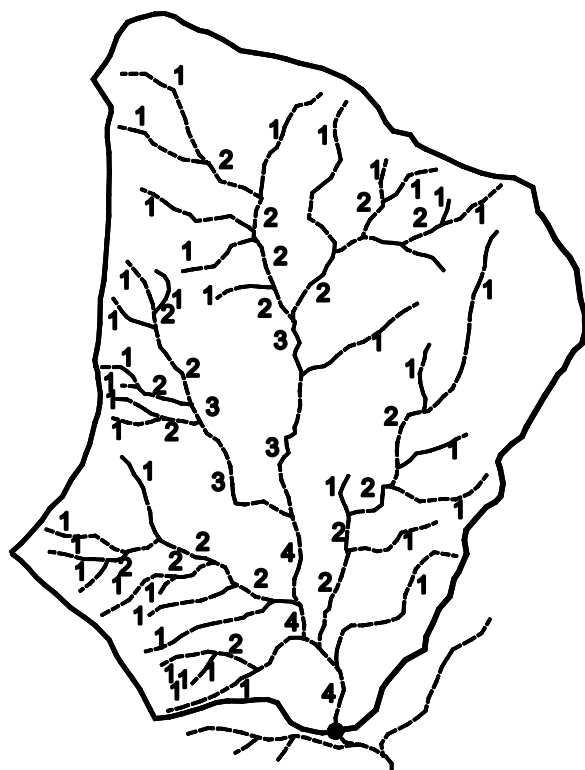
$$\%P = \frac{1300 - 250}{12460} \times 100$$

$$\%P = \frac{1050}{12460} \times 100$$

$$\%P = 0.08427 \times 100$$

$$P = 8.43 \%$$

Orden de la corriente



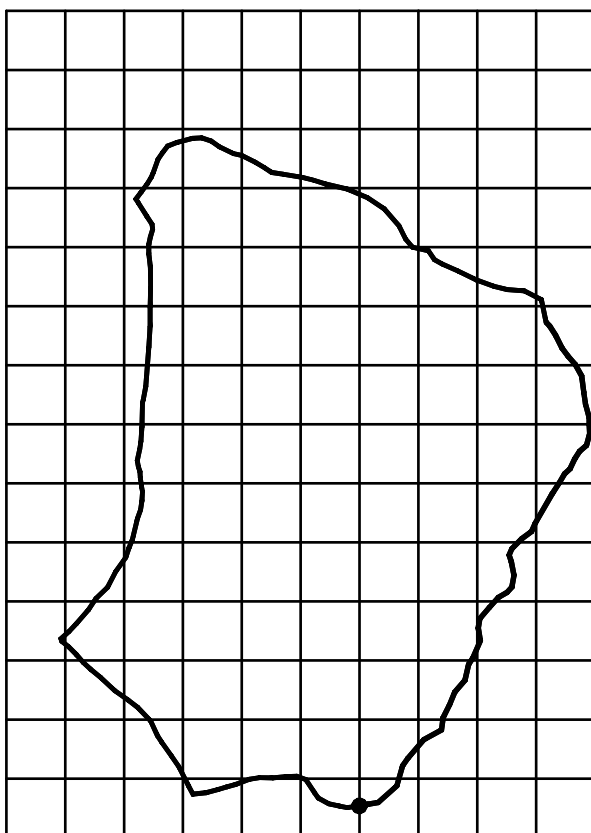
En la figura de la izquierda se puede observar que en los lugares donde comienzan los escurrimientos, éstos no tienen ningún afluente que desemboque a ellos, por lo que todos esos tienen orden 1. Cuando se une un par de escurrimientos de orden 1 se forma uno de orden 2 y cuando se une un par de orden 2, se forma uno de orden 3, y así sucesivamente.

En el ejemplo hay varios casos en que al escurrimiento de orden 2 se le une otro de orden 1, por lo que en su curso conserva el orden mayor. Lo mismo sucede cuando al escurrimiento de orden 3 se le une otro de orden 2 ó 1. O cuando al de orden 4 se le unen escurrimientos de 1, 2 ó 3.

Como resultado en la zona de emisión, en este caso, el

orden de la corriente = 4

Área de la cuenca



Para este caso la cuadrícula que utilizaremos será la correspondiente a la Proyección Transversa de Mercator que tiene un kilómetro por lado, es decir 1,000m

El análisis del cuadro unitario será en este caso
 $1000\text{m} \times 1000\text{m} = 1'000,000\text{m}^2$

Los cuadros que se contaron son 64, por lo que

$$\text{Área} = 1'000,000\text{m}^2 \times 64$$

$$\text{Área} = 64'000,000\text{m}^2$$

Precipitación media

Para el caso de este ejemplo consideraremos que hay una sola estación meteorológica dentro de la cuenca y que el dato fue tomado del libro "Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Köppen" escrito por Enriqueta García.

$$PM = 1049.1\text{mm}$$

Volumen medio de agua precipitada

$$Vm = A \cdot PM$$

Donde:

Vm = Volumen de agua precipitada

A = Área de la cuenca (m^2)

PM = Precipitación media (m)

$$Vm = 64'000,000\text{m}^2 \times 1.0491\text{m}$$

$$Vm = 67'142,400\text{m}^3$$

Volumen de agua potencialmente aprovechable

Este se obtiene aplicando un coeficiente de escurrimiento al volumen medio de agua precipitada.

$$Vma = Vm \cdot C$$

Donde:

Vma = Volumen medio de agua aprovechable (m^3)

Vm = Volumen medio de agua precipitada (m^3)

C = Coeficiente de escurrimiento (tabla)

Para determinar el coeficiente de escurrimiento, supongamos para efectos del ejemplo, que se trata de un terreno en una zona de pastizales, con pendiente media de 9 % y suelos de textura pesada.

De la consulta de la tabla correspondiente nos da como resultado que el coeficiente es $C = 0.55$, por lo tanto:

$$Vma = 67'142,400\text{m}^3 \times 0.55$$

$$Vma = 36'928,320\text{m}^3$$

Si esta cantidad de agua se utilizara hipotéticamente (porque el cálculo mucho más complejo), para regar cultivos de maíz cuyo uso consuntivo fuera de 700mm, entonces tendríamos que:

$$Tpr = \frac{Vma}{\text{Uso consuntivo}}$$

$$Tpr = \frac{36'928,320\text{m}^3}{0.7\text{m}} = 52'754,742\text{m}^2$$

Es decir, se podrían regar 5,275.5 Has. cultivadas de maíz.

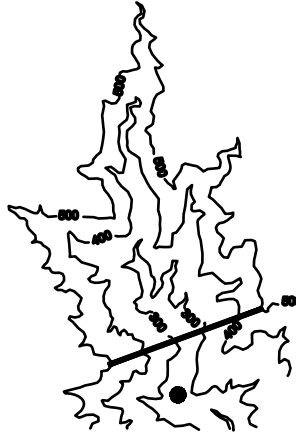
Con el volumen medio de agua aprovechable (**Vma**) podría calcularse también el número de cabezas de ganado que de ahí podrían beber. Para ello es necesario saber cuanto bebe cada animal según los parámetros indicados en Sistemas de Producción Animal.

Volumen de agua almacenada en represas

Calculemos cual sería el agua que se podría almacenar si se levantara una cortina (represa) hasta la cota 500.

$$V_{aa} = \left(\frac{A_1}{2} + A_2 + A_3 + K + \frac{A_n}{2} \right) * h$$

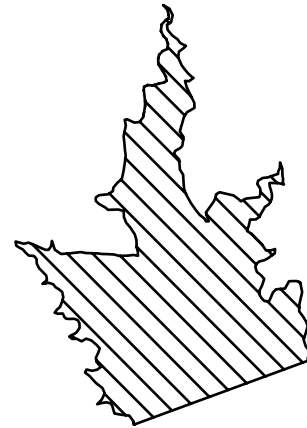
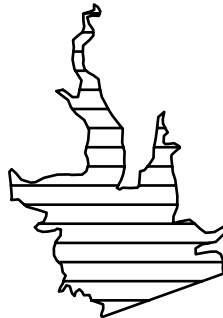
Las curvas de nivel que se requieren son la 300, 400 y 500, como se muestra en la figura.



El área de la curva 300
es de 644,000m²

El área de la curva 400
es de 3'926,000m²

El área de la curva 500
es de 8'939,000m²



Por lo que el volumen que se puede almacenar sera de:

$$V_{aa} = \left(\frac{644000}{2} + 3926000 + \frac{8939000}{2} \right) * 100 = (322000 + 3926000 + 4469500) * 100$$

$$V_{aa} = 871'750,000\text{m}^3$$

Este volumen excede considerablemente a la cantidad de agua que se puede captar, entonces habrá que hacer un nuevo cálculo con una represa que llegue a una cota más baja que la 500. En todos estos casos, en la zona de la desembocadura se realiza un estudio topográfico más detallado (Levantamiento de la boquilla y vaso de almacenamiento), datos con los cuales se busca la altura óptima de la represa.

El ejercicio anterior es solo un ejemplo hipotético utilizado como recurso didáctico para mostrar el método de cálculo.

Unidad 4. Análisis de las curvas de nivel

Elementos de una carta topográfica

En la carta topográfica se representan todos los rasgos característicos del relieve ya sea natural o artificial.

Las cartas topográficas que se elaboran en nuestro país pueden encontrarse en muchas escalas. INEGI las edita en 1:1'000,000; 1:500,000; 1:250,000; 1:50,000; 1:20,000; 1:10,000 y, para algunas poblaciones y zonas urbanas de importancia, en escala 1:5000. En nuestro caso, por ser el material que más se acerca a la dimensión que hemos venido trabajando para la topografía (una extensión no mayor de 20 km de diámetro), utilizaremos la carta topográfica escala 1:50,000.

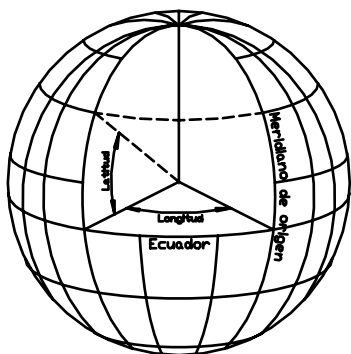
Contar con información que nos proporcione una representación tridimensional del terreno, como la de las cartas, es una ventaja extraordinaria, porque muchos son los aspectos que se resuelven con su auxilio. Por ejemplo con ellas podemos apoyar nuestros proyectos o investigaciones; realizar análisis cuantitativos y cualitativos; plasmar datos y características especiales del terreno o programar actividades de campo, entre otras muchas más.

Las cartas elaboradas en escala 1:50,000 además de lo ya mencionado, tiene entre otras, las siguientes ventajas y características:

- 1.- Hasta ahora es todavía un material de fácil adquisición.
- 2.- Tiene una cobertura total del territorio nacional.
- 3.- Se pueden observar prácticamente todos los detalles, tanto naturales como artificiales.
- 4.- Su construcción nos proporciona curvas de nivel con equidistancias a cada 20 m en zonas de montaña y a cada 10 m en lomeríos o zonas planas.

En esta carta es relativamente fácil la "lectura", pues a simple vista se ven las comunidades, sus calles, o bien la localización de las casas si éstas están diseminadas. Poniendo algo más de atención podemos observar detalles que intuitivamente podemos reconocer sobre todo de aquellos lugares por donde hemos transitado, ya sea de una zona rural o de una zona urbana. Las carreteras, los caminos, las brechas, incluso las veredas por donde hemos caminado, pueden ser observadas y reconocidas en la carta. Con un poco más de práctica y tiempo (pero no mucho), se empieza a apreciar la delimitación de parcelas, las cercas, acueductos, líneas de alta tensión, etc. Del análisis de las curvas de nivel, podemos determinar la cuenca o subcuencas de un escurrimiento y, así en la medida que profundicemos en su estudio, podemos llegar a detectar características geomorfológicas o geológicas de carácter general, con el estudio y análisis de las curvas de nivel. Inclusive la infraestructura indicada en la carta nos permite inferir algunos aspectos de carácter socioeconómico de la zona.

Una carta escala 1:50,000 editada por INEGI abarca 15' de latitud y 20' de longitud, pero antes de proseguir, hagamos un recordatorio de estos conceptos y también el de altitud, que los tres son necesarios para dar la ubicación de un punto.



Latitud

Medida angular sobre un meridiano, entre el ecuador y un punto sobre la tierra. Se mide de 0° a 90° hacia el norte o hacia el sur.

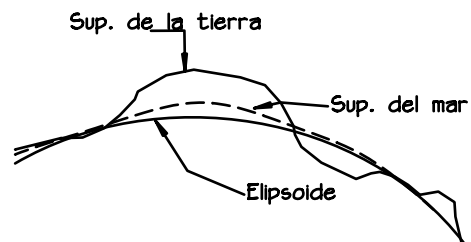
Longitud

Medida angular sobre un paralelo entre el meridiano de Greenwich y un punto sobre la tierra. Se mide de 0° a 180° hacia el este o hacia el oeste.

Altitud

Distancia vertical entre un punto determinado y el nivel medio del mar prolongado por debajo de los continentes.

En el esquema anterior se aprecia que la latitud y la longitud se miden en una esfera, sin embargo estrictamente esto no es así, porque la tierra no tiene una figura geométrica regular determinada. Desde principios del siglo XIX se hicieron medidas de la superficie terrestre y llegaron a la conclusión de que la figura geométrica que más se acerca a su forma real es la elipse, que al girarla se le denomina **elipsoide de revolución**. Este elipsoide debe tener un punto origen donde "sujetar" su posición y se le llama **Datum**. Es decir, la de la tierra que todos los días vemos, el Geoide y el Elipsoide de Revolución, son tres superficies diferentes.



De las primeras fechas en que se midió el elipsoide, a la actualidad son muchos los medidos con sus respectivos datums y cada país adoptó uno, de manera que al realizar las proyecciones cartográficas correspondientes para la elaboración de sus mapas, no existieran en ellos diferencias y deformaciones significativas. Tal es el caso del nuestro que adoptó el denominado **Elipsoide de Clarke de 1866** y su datum correspondiente llamado **NAD27** (Datum de Norteamérica de 1927). por lo que toda la cartografía elaborada en México durante el siglo XX, (hasta la década de los 90's), se construyó con base en este elipsoide. Pero en los últimos años con ayuda de la tecnología satelital se han obtenido otros datos de elipsoides y se decidió cambiar de parámetros adoptando el **GRS 80** cuyo datum es el **ITRF92***.

Regresando a la carta topográfica, como ya mencionamos, abarca un fragmento de la tierra de 15' y 20' para la latitud y longitud respectivamente. Tiene una referencia geográfica formada por medio una gradícula de 2'30" por lado, que podemos observar ya que en cada una de sus intersecciones hay un par de pequeñas líneas cruzadas.

En las cuatro esquinas de la carta aparecen los valores de la latitud y de la longitud así como múltiplos de 5' a lo largo y ancho de las orillas del dibujo. Éstas orillas están formadas por un par de líneas en cuyo espacio se evidencian los minutos poniendo en un minuto sí y en otro no, una línea central longitudinal.

Dentro de la carta también podemos observar la cuadrícula que corresponde a la proyección Universal Transversa de Mercator (UTM), que en las más antiguas forma cuadros de 10 cm por lado (5 km), en otras son cuadros de 2 cm (1 km), en algunas inclusive aparecen los dos sistemas de referencia, tanto el NAD27 como el ITRF92

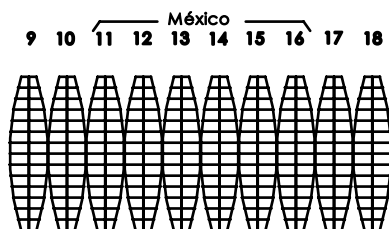
En los extremos de cada una de estas líneas se muestra el valor del km que le corresponde según su valor total, mismo que está consignado en la esquina inferior izquierda, tanto para el Easting (E), como para el Northing (N), que para fines prácticos, serían los semejantes a (x,y) del plano cartesiano que comúnmente conocemos.

En la parte derecha de la carta se encuentra la **tira marginal** donde aparecen los signos convencionales, la escala numérica y gráfica, la equidistancia de las curvas de nivel, datos del cubrimiento fotográfico, la ubicación de la carta dentro de un índice local o nacional, el esferoide y proyección utilizada, la dependencia que elaboró la carta, y claro está, también el nombre y clave de la carta, según la convención que ha establecido INEGI.

Nomenclatura de las cartas.

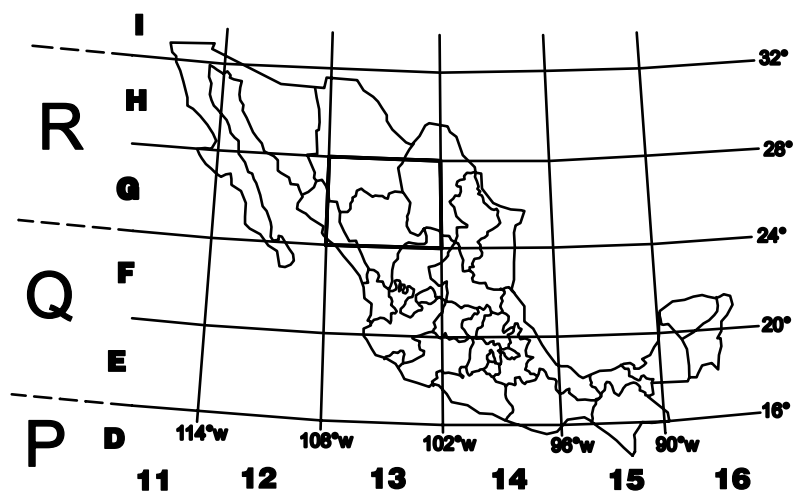
La proyección UTM es una proyección cilíndrica ubicada en forma transversal al eje del mundo. La proyección se realiza por zonas de 6° cada una, de forma que se generan 60 zonas para abarcar toda la tierra. Éstas se numeran a partir del

meridiano contrario al de Greenwich en el sentido contrario al de las manecillas del reloj. Lo que quiere decir que a nuestro país le corresponden las zonas 11, 12, 13, 14, 15 y 16.



* La explicación de ITRF92 la abordaremos en el tema Ubicación Satelital.

Según el mapa mundial escala 1:1'000,000 cada zona se divide en franjas de 4° a las cuales se les asigna una letra del alfabeto comenzando por la A en el ecuador. También según la nomenclatura satelital las franjas se dividen en 8° cada una desde los 80° de latitud sur, hasta los 84° de latitud norte (la última franja es de 12°). De la misma forma que en la anterior, también se le asignan letras a cada franja, esta vez de la C a la M para las franjas del hemisferio sur y de la N a la X para las franjas del hemisferio norte.

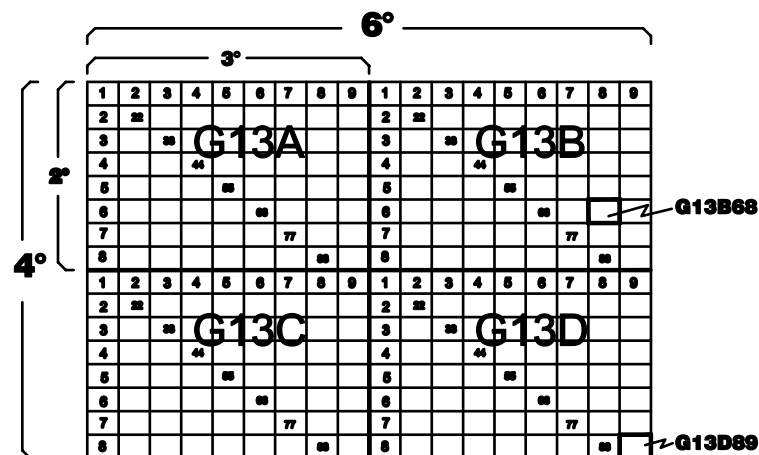
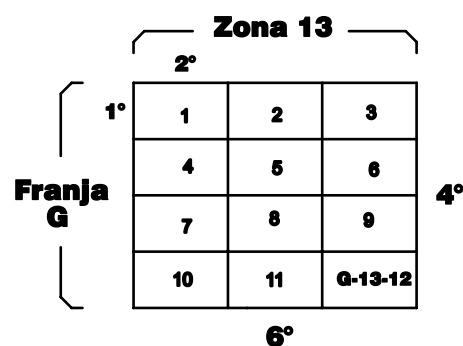


G13 Clasificación de INEGI

14Q Clasificación satelital

Nomenclatura INEGI

El INEGI se refiere a una franja-zona mediante su letra y su número, por ejemplo **G13** que equivale a un espacio de 6° de longitud por 4° de latitud. En las cartas 1:250,000 este espacio se divide en 12 partes y cada una se numera del 1 al 12. La nomenclatura de una de ellas será, por ejemplo **G-13-12**.



En la carta escala 1:50,000 la franja-espacio de 6° de longitud por 4° de latitud, primero se divide en cuatro espacios y se les asigna letra A, B, C ó D y luego cada uno de ellos se divide en 72 fracciones dando un total de 288, tal como se muestra en el diagrama. La nomenclatura de una de ellas será, por ejemplo **G13B68**.

Origen de coordenadas de la zona UTM

Cada una de las 60 franjas de 6°, tienen un meridiano central a los 3°, que es perpendicular a la línea horizontal que representa al ecuador. A este meridiano central se le asigna un valor de 500 Km (500,000m), a fin de que los valores que se obtengan a la izquierda de esta línea no resulten negativos. A este valor se le llama Easting. (equivalente o semejante a la "x" del plano ortogonal).

El ecuador es la línea que se toma como origen para las mediciones hacia el norte o hacia el sur. Asignándole el valor de 0m para las cantidades que estén hacia el norte y 10,000Km (10'000,000m) para las cantidades que estén hacia el sur. A este valor se le llama Northing.

Lo anterior quiere decir que una posición en el formato UTM tendrá los siguientes componentes:

14 Q 536284, 1842363

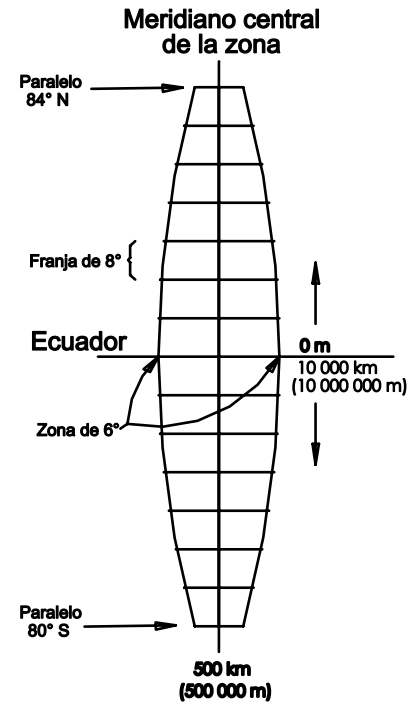
Donde:

14 Número de la zona

Q Nombre de la franja

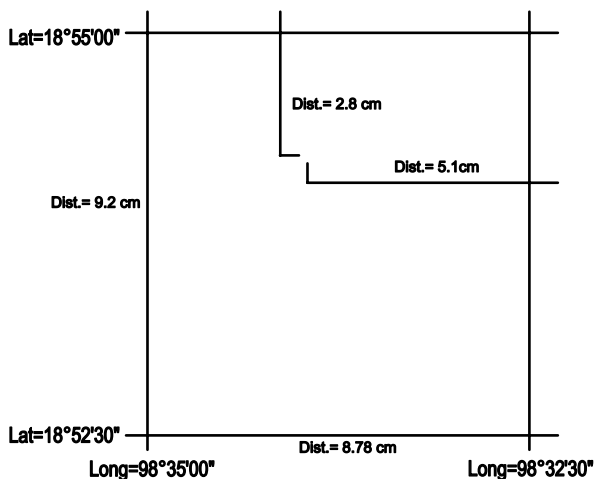
536284 Punto que queda a 36284m hacia la derecha del meridiano central de la zona.

1842363 Distancia que hay desde el ecuador hasta el punto, en dirección norte.



Cálculo gráfico de latitud y longitud

Si deseamos conocer la latitud y la longitud de un punto que no está precisamente en la intersección de dos líneas de la gradícula, entonces utilizamos el procedimiento de la interpolación (una regla de tres).



En el diagrama de la izquierda se puede observar que 0°2'30" de latitud (18°55'00"-18°52'30"), están dibujados en 9.2cm de papel y que el punto que nos interesa está a 2.8cm hacia abajo de la línea de latitud 18°55'00".

Como 0°2'30" son 150" se plantea la regla de tres:

$$\frac{150''}{9.2} = \frac{x}{2.8} \quad x = 46''$$

Es decir, 0°00'46" que, restados al valor de 18°55'00" nos da como resultado **Lat = 18°54'14"**.

De forma análoga se procede con los valores de la longitud.

Se observa que 0°2'30" (98°35'00"-98°32'30"), están dibujados en 8.78cm y que el punto que nos interesa está a 5.1cm hacia la izquierda de la línea de longitud 98°32'30".

Como 0°2'30" son 150" se plantea la regla de tres:

$$\frac{150''}{8.78} = \frac{x}{5.1} \quad x = 87'' \text{ o lo que es lo mismo } 0^{\circ}01'27''$$

Por lo que 0°01'27" sumados a los 98°32'30" nos da como resultado **Long = 98°33'57"**

Recordemos que la longitud en nuestro país es hacia el oeste, por eso crece de derecha a izquierda.

Cálculo gráfico de las coordenadas Easting y Northing

Cada uno de los puntos tiene también sus coordenadas en la proyección UTM, que por ser cuadrangular podemos establecer una analogía con un plano ortogonal y determinar una posición como si fueran las coordenadas (x,y). Por la escala podemos medir directamente con una regla y realizar el cálculo correspondiente, o bien obtener el valor con ayuda del escalímetro. Estos valores nos permitirán obtener distancias, ángulos y áreas con una precisión si no de carácter catastral, si para realizar estimaciones generales de predios agrícolas o forestales.

Conversión de coordenadas geográficas a UTM y viceversa

La necesidad de realizar el cálculo de conversión de unas coordenadas a otras se presenta muy frecuentemente, pero no es algo sencillo pues corresponde a los especialistas en geodesia realizarlos. Sin embargo para fines prácticos, existe en internet versiones gratuitas de convertidores de coordenadas, ya sea de geográficas a UTM o viceversa. Sólo hay que especificar el elipsoide en el que se requiere la conversión. Cuando menos hasta el año 2005, está funcionando la siguiente dirección:

www.icc.es/geotex/egeoutmcastella2.html

Así mismo para transformar valores de NAD27 a ITRF92, o viceversa, formatos utilizados por INEGI, se creo el programa TRANINV del cuál también se ofrece una versión gratuita en Internet, la dirección es:

<http://antares.inegi.gob.mx>

Análisis hipsográfico

De la representación tridimensional de un lugar es mucha la información que se puede obtener, por eso brevemente (pues corresponde a muchas otras áreas del conocimiento entrar en detalle) indicaremos de forma general algunos ejemplos de “lectura” o interpretación de los parámetros que podemos obtener de este material, por eso independientemente de la finalidad y profundidad que se desee de la interpretación, recomendamos las siguientes etapas de análisis.

Ubicación geográfica.

La combinación de **latitud y longitud** nos ubica en las diversas zonas del territorio nacional. En las zonas costeras, en las Sierras Madre Oriental, Occidental, del Sur, de Chiapas, en las Sierras de San Martín, la Giganta o en el Eje Neovolcánico. En la meseta central, en el bolsón de Mapimí, en las grandes planicies de la península de Yucatán, etc.

La **latitud** por si sola nos indica en cuál de las 5 zonas climáticas del mundo nos encontramos, ya sabemos que están la tórrida, las templadas y las polares. Para ello recordemos que en términos generales las latitudes extremas de nuestro país son 14°14'N para Suchiate, Chiapas y 32°40'N en Mexicali Baja California Norte. Por lo que una parte se encuentra en la tórrida y otra en la templada.

La **longitud** nos proporciona la diferencia de tiempo que hay entre dos puntos de la tierra. Para nuestro país tenemos que un extremo es 86°48'WG en Contay, Quintana Roo y el otro 118°19'WG en la Isla Guadalupe. Baja California Norte. La diferencia es de 31°31' y como cada 15° de arco representan una hora de tiempo, el total es de más de dos horas, motivo por el cuál nos corresponden tres usos horarios. Es decir, cuando en Contay son las 10 am, en Isla Guadalupe son las 8 am.

La **altitud** de la zona o del lugar es muy importante porque gracias a ella el clima se modifica, empezando precisamente por la temperatura. Como ejemplo tenemos que cuando a los 2,500 msnm hay +8°C de temperatura, a los 3,400 msnm puede ser de -1°C.

La altitud también es indicativo sobre el tipo de cultivos o especies vegetales que pueden producirse o crecer en un lugar determinado (claro está que para precisar esas especies es necesario contar con las características climatológicas y edafológicas de la zona).

La diferencia de altitud de una zona nos puede indicar que ahí se desarrollan varios microclimas, asunto que seguramente será analizado por los cursos de Meteorología y Agricultura Regional o afines.

Patrones de drenaje

Patrón o red de drenaje se le llama a la forma que adquiere la superficie de la tierra al escurrir el agua. De hecho, es tarea obligada tomar en cuenta el patrón de drenaje antes de iniciar el estudio o análisis de una zona de la tierra. El conocimiento del sistema hidrográfico como paso previo a los estudios detallados de un lugar, nos permitirán ahorrar tiempo en investigar características y condiciones que quedarán explicitadas al determinar el patrón de drenaje.

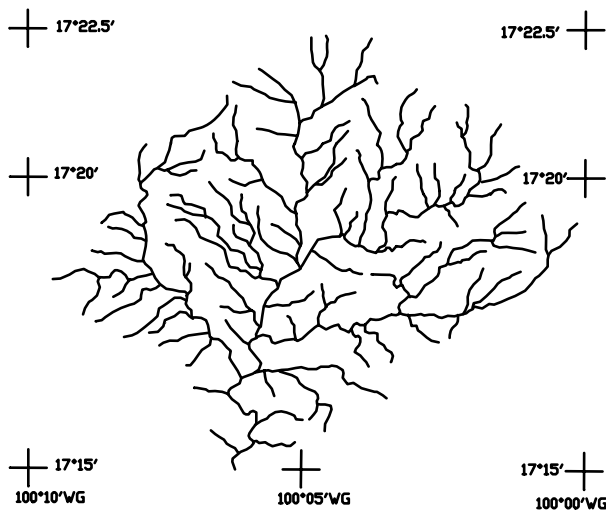
La manera en que escurre el agua se encuentra directamente relacionada con la erosión y ambos están ligados a la naturaleza de las rocas sobre la cual actúan. Por eso el drenaje es un indicador directo de otras condiciones que imperan sobre la superficie de la tierra como son: la geología y la topografía. Es evidente que una corriente tendrá comportamientos muy diferentes en zonas de clima diferente, aún cuando escurra sobre un mismo tipo de rocas. Por ello un sistema de drenaje de configuración uniforme nos indicará también un material uniforme en el subsuelo; de igual manera las anomalías presentadas en el patrón de drenaje, nos indicarán anomalías en el subsuelo.

Tres son los elementos que determinan la forma del drenaje: variaciones en la resistencia de la roca, la estructura geológica del subsuelo y las fallas o fracturas de la corteza terrestre.

Merle Parvis (1950) expresa que: << El drenaje en una región se encuentra influido por factores tales como la “estructura de la roca”, la “textura del suelo”, la “topografía”, las “vías de agua artificiales”, la “precipitación”, la “vegetación” y la “evaporación”. Como las vías de drenaje y las formas terrestres de una región existen juntas e interdependientes, los suelos y las rocas, en cuanto son partes integrantes de las últimas, influyen en la evolución y carácter de muchos ríos y corrientes tributarios, lo que conduce a la conclusión de que las configuraciones de drenaje pueden usarse para la identificación de suelos y rocas, sobre una base regional>>. ¹

La forma de las configuraciones del drenaje pueden indicar el origen y tipo de la roca que subyace en un área dada. Por otra parte ciertas rocas tienen típicas configuraciones del drenaje que las lava, a causa de las características físicas, erosionales y formacionales de las rocas mismas. ²

Dendrítico



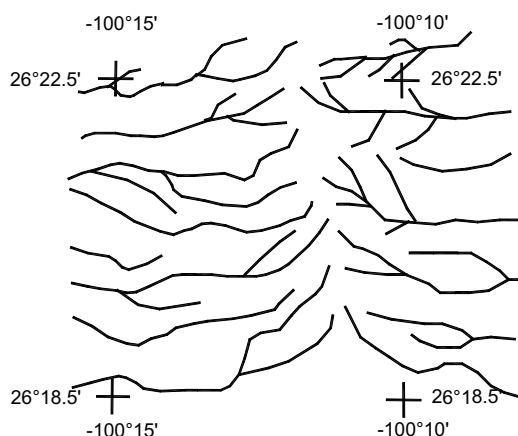
Su nombre proviene de la raíz *dendros* que quiere decir árbol, pues a él se asemeja su forma, tomando a la corriente principal como el tronco, a las corrientes secundarias como las ramas, y a los afluentes como ramas más pequeñas u hojas. La unión de todas ellas es formar ángulos agudos, sin llegar nunca al ángulo recto. De hecho la presencia de un ángulo recto u obtuso denota una anomalía en el subsuelo: una falla, una fractura, etc.

El drenaje dendrítico, en general es el más común de todos y denota que corre en rocas homogéneas. Su forma ideal se puede presentar en rocas ígneas como las graníticas, en sedimentarias plegadas de igual dureza en todas sus capas o en metamórficas cristalinas.

¹ Fotogeología. Felipe Guerra Peña. UNAM. 1980. pag. 203

² Idem.

Paralelo

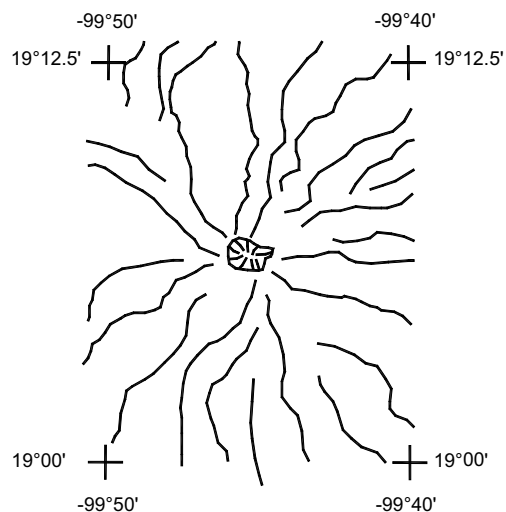


También llamado cola de caballo, se presenta en pendientes abruptas donde las corrientes adquieren tal velocidad que son pocos o ninguno los afluentes que a ellas concurren. Por el mismo motivo adquieren cierto paralelismo en su trayectoria, son muy comunes y generalizadas en la topografía de nuestro país. Algunos ejemplos son: cerca de Teotitlán en las vertientes del río Xiquila (E14B86); la Sierra de Morones, cerca de Tlaltenango (F13D16); la zona sur de Larraldeña (G14A76); al norte de la población Mina (G14A85); o el conjunto de sierras que están al noroeste de la ciudad de Monterrey (G14C15).

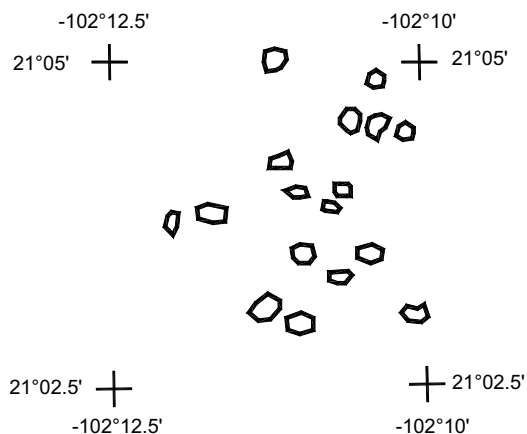
Radial

Como su nombre lo indica, los escurrimientos asemejan radios que convergen o divergen en general hacia un punto o zona. En caso de divergencia, se le conoce como radial centrípeto y en caso de convergencia como radial centrífugo y nos representan una elevación cónica o una depresión en forma de embudo, respectivamente para cada uno de los casos.

Ejemplo de centrífugo en el Volcán la Malinche (E14B43); ejemplo de centrípeto en San José de la Popa (G14A84); también la Cuenca de México. Un ejemplo de ambos se presenta en el Volcán Nevado de Toluca (E14A47).



Lagunar

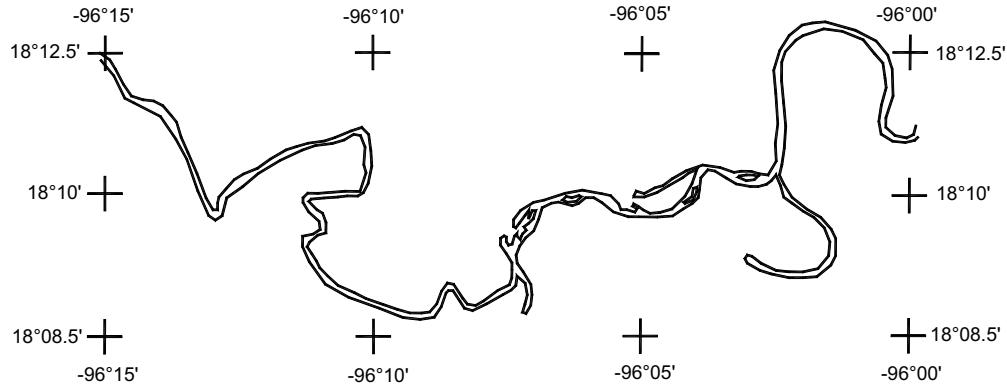


Se caracteriza por una serie de cuerpos de agua distribuidos al azar, de tamaños variados con pequeños tributarios de patrón dendrítico.

Como ejemplo tenemos: la zona de Lagos de Moreno (F14C31) o San Juan de los Lagos (F13D49).

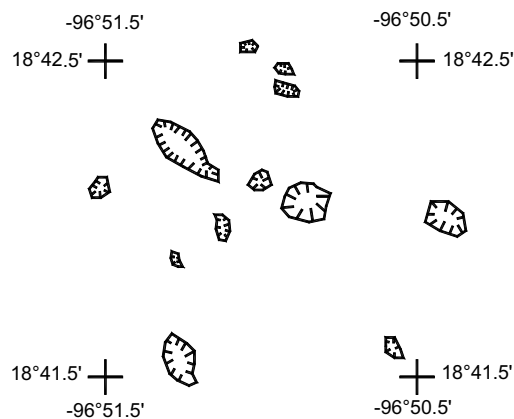
Trenzado y Anastomosada

El trezado es característico de los ríos que tienen una edad geológica avanzada en donde las avenidas ocasionan que la corriente principal se divida en dos o más afluentes para posteriormente volverse a juntar aguas abajo. Ejemplos de ello los tenemos en los ríos: Carácuaro (E14A53); Tuzantla (E14A54); Juchipila (F13D 27); Tonto y Papaloapan (E14B89). Este tipo de drenaje es común encontrarlo combinado con la configuración Anastomosada que se ubica principalmente en las llanuras de inundación, donde los meandros de la corriente principal dan lugar a ciénegas, a fangales, y a meandros fosilizados.



Kárstico

Formado en lugares de roca suave que tiende a disolverse por efecto del agua formando dolinas y cuerpos de agua por debajo de la superficie del terreno. Es común que estas dolinas se conecten con otras y formen corrientes subterráneas. En general es característico de lugares en donde se encuentran rocas calizas, como toda la Península de Yucatán, en Tixbakab (F16C45); o las zonas altas de la Sierra de Zongolica en el estado de Veracruz (E14B67).



Comunicaciones

El movimiento del humano y la relación que tiene con los demás, tanto en el ámbito social como en el económico se puede apreciar por la calidad y cantidad de sus vías de comunicación, y entre ellas, claro está, las terrestres. Por lo que a continuación hacemos una breve exposición de algunas de ellas y lo que representan al identificarse en un plano, carta o imagen de fotografía aérea o de satélite.

Vereda

Se utiliza para trasladarse a pie o con equino al lugar de trabajo, en parcelas de cultivo o al cuidado de ganado, sobre todo en el sistema trashumante. También se usa para llegar a casa habitación o caserío aislado, generalmente sin servicios. El transporte de los excedentes de producción (si los hay), es a lomo de bestia.

Brecha

En algunos lugares del país se le llama “camino real”. La brecha se utiliza para comunicar grupos de caseríos o comunidades muy aisladas de otro tipo de caminos; con la cabecera municipal o con una población de más habitantes. Si es una zona boscosa, no es raro que se trate de un viejo camino forestal abandonado que después siguió utilizándose por habitantes de la región. En épocas de sequía, esporádicamente podría circular un vehículo automotor.

Los excedentes de producción son transportados a lomo de bestia y eventualmente en un vehículo automotor.

Caminos rurales

Contraídos fundamentalmente para unir comunidades rurales. Estos al igual que los caminos vecinales son intransitables en la época de lluvias de la zona, cuando probablemente solo puedan realizar la travesía vehículos provistos de doble tracción.

Unidad 5. Ubicación satelital

El Servicio Internacional de Rotación de la Tierra (IERS), tiene entre sus objetivos prioritarios, entre otros, la definición de un Sistema de Referencia Terrestre (TRS), como el llamado Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS) y su materialización a través del Marco Internacional de Referencia Terrestre (**ITRF**), donde el plano fundamental coincide con el ecuador y el eje Z está en dirección del eje de rotación de la tierra. Otros TRS son: El World Geodetic System 84, (Sistema Geodésico Mundial de 1984), con sus siglas en inglés **WGS84** que es el definido y utilizado por el sistema GPS. El Parametry Zemli 90 (PZ90) usado y definido por el sistema GLONASS.

Cada sistema consta de tres segmentos

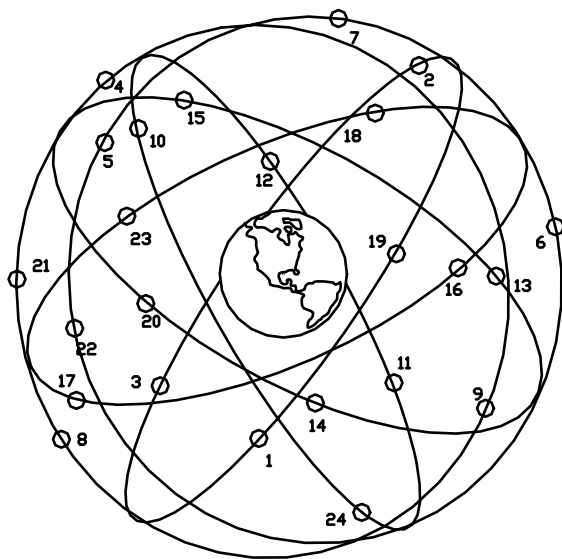
- El segmento espacial que son los satélites que se encuentran en órbita
- El segmento del usuario que son los receptores que reciben la señal en la tierra
- El segmento de control que son las estaciones fijas que se ubican en diversos lugares del mundo, y que reciben y envían información a los satélites a fin de tener siempre actualizada la posición dentro de su órbita.

GPS

Conocido por sus siglas en inglés al Global Positioning System (Sistema de Posicionamiento Global) cuyo segmento espacial consta de 24 satélites, distribuidos en seis órbitas espaciadas a 60° y a una distancia de la tierra de 11000 millas náuticas (aprox. 20000 km). Se le llama constelación **NAVSTAR**, siglas de Navigation System Time and Ranging (Satélites de Navegación Tiempo y Distancia) y fue colocada en el espacio por los Estados Unidos entre los años de 1978 y 1994.

GLONASS

También como respuesta a esta tecnología, por la misma época (década de los 70's), el antiguo ministerio de Defensa Soviético desarrolló el **GLONASS** que son las siglas del Global'naya Navigatsionnaya Sputnikova Sistema (Sistema Global de Navegación por Satélite), constelación también de 24 satélites, pero en 3 órbitas espaciadas a 120° y colocados a una distancia de la tierra de 10313 millas náuticas, (aprox. 19000 km).



Estas dos constelaciones son operadas por los organismos militares de sus respectivos países y funcionan con dos códigos cada una. Uno que se utiliza para fines estrictamente de estrategia militar y el otro con fines de uso civil. Sin embargo, en cualquier momento ambos sistemas, tanto GPS como GLONASS pueden interrumpir la señal sin previo aviso.

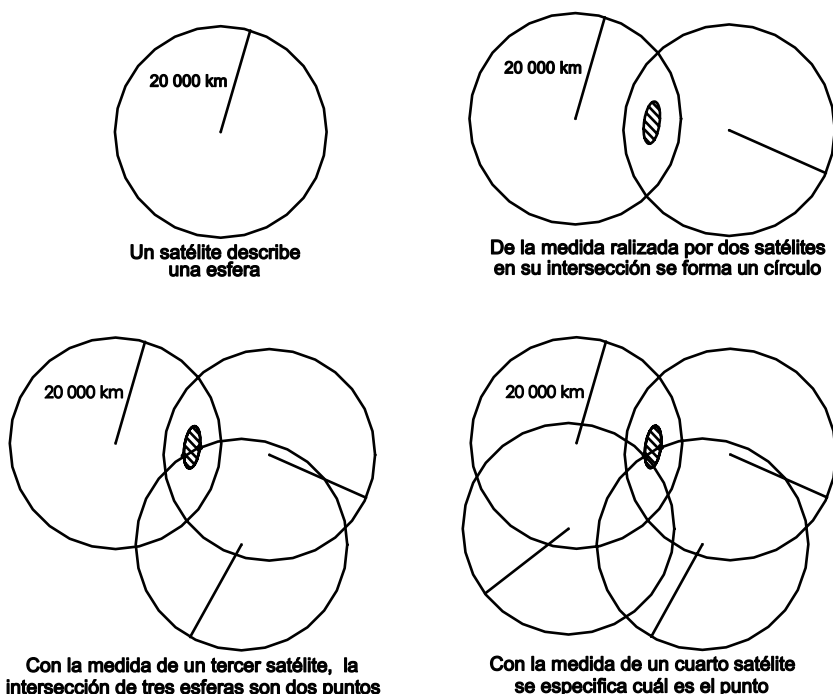
GALILEO

En ese sentido la Unión Europea está haciendo esfuerzos para instalar una tercera constelación de satélites artificiales que corresponden al sistema GALILEO para fines de uso eminentemente civil, que pretende sea complementaria a los datos que emiten tanto GPS como GLONASS y por lo tanto

hacerla mucho más precisa. Sin embargo el gobierno de E.U. se ha negado a que otros países tengan participación en la operación de su sistema GPS. A pesar de todo esto, el proyecto GALILEO sigue en marcha y desde 2004 se pusieron en órbita satélites para esta constelación. El programa junto con las pruebas se completará en 2006, de tal manera que para el 2008 ya esté en pleno funcionamiento y a disposición de todas las necesidades de carácter civil, fundamentalmente para dirigir tráfico aéreo y marítimo; seguridad, control y rastreo de tráfico terrestre y posicionamientos urbanos o rurales.

Las órbitas de los satélites se conocen perfectamente y están distribuidas en el espacio de forma tal que en cualquier momento y en cualquier parte de la tierra se pueda recibir la señal de un mínimo de seis de estos.

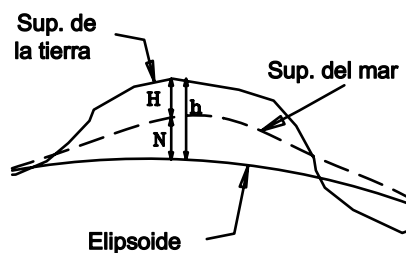
La posición de un lugar por medio de los satélites utiliza el principio de la intersección, es decir, un satélite mide la distancia que hay de este al lugar en donde se encuentra el receptor, describiendo una esfera de 11 000 millas o en número redondos 20 000 km.



Lo mismo hará otro satélite que se encuentre en una posición distinta, lo que determina que se puede estar en cualesquiera de los puntos del círculo en donde se intersectan las esferas. Una tercera esfera definirá dos posiciones de ese círculo en donde puede estar el punto que nos interesa. Y mediante una cuarta esfera se especifica en definitiva cuál de los dos puntos es el correcto. Sin embargo en la realidad pueden suceder más intersecciones, 5, 6, o hasta 10. En la práctica, el navegador define la posición con tres intersecciones (se le designa 2D), pues de los dos puntos que resultan, uno de ellos está demasiado retirado de la superficie terrestre. A partir de la cuarta intersección (designada como posición 3D), se puede calcular la altitud del punto. Estas distancias se miden por medio de la velocidad de la luz, pues como sabemos $v = d / t$ entonces $d = vt$. Es decir, como se sabe la

velocidad de la luz, para tener la distancia solo hay que medir el tiempo en que ésta viaja del satélite al receptor. De ahí que los relojes que se utilizan son muy precisos (relojes atómicos), y junto con métodos especiales se puede obtener el resultado deseado.

Los fabricantes de navegadores exponen que un aparato de bolsillo puede tener una precisión de ± 5 m en un 95% del tiempo para una posición de (E, N), (Easting, Northing). Posición que como ya mencionamos anteriormente, es en la proyección sobre el elipsoide de revolución del cual sí se conocen sus parámetros y características geométricas. Para el caso de la altitud los fabricantes no especifican precisión, pues la medida depende de la distancia



que exista entre la superficie del mar y el elipsoide. Esto es muy importante destacarlo porque el dato de “altitud” que nos proporciona el receptor no es la altitud referida al nivel medio del mar (H), sino que es referida al elipsoide (h), (altitud esferoidal), y dependiendo del lugar de la tierra, entre los dos puede haber hasta una diferencia de 50 m. Esto se debe tener en cuenta cuando usemos estos datos. Claro está que tanto la posición E, N, como la H, puede obtenerse con mucho más exactitud si se utilizan aparatos receptores de alta precisión con su software correspondiente. Pero para un simple navegador de bolsillo, el rango de precisión es el ya mencionado. Inclusive para atenuar el error en la latitud, algunos de estos navegadores ya vienen provistos de un barómetro que proporciona un dato más veraz.

Navegador GPS

Se le conoce con el nombre de navegador GPS a un receptor de bolsillo que dependiendo de la marca y características, está provisto de varias funciones que se muestran en las llamadas “páginas”, “carátulas” o “pantallas” del aparato. Cada una de ellas tiene su menú y submenús con diferentes pantallas para el detalle de cada uno de los parámetros, cuestión que el manual del aparato lo especifica con toda extensión. Aquí solo expondremos las características generales que tienen estos navegadores, que en su mayoría tienen las siguientes pantallas o funciones:

1.- Adquisición de satélites. Se presenta un par de círculos. El más exterior representa el círculo imaginario ubicado en el horizonte y el segundo orto círculo imaginario pero ubicado a 45° sobre el horizonte. En todo el espacio se indica la ubicación relativa de los satélites disponibles en ese momento alrededor del lugar; cuando el receptor ha recibido la señal de al menos tres de ellos, automáticamente muestra los datos de la posición ya sea en esa misma pantalla o en otra.

2.- Mapa. En la pantalla de mapa aparece una marca (a veces una cruz, a veces un asterisco) que indica virtualmente la posición en que nos encontramos. Ahí también aparecen los puntos que hemos marcado.

Cuando nos dirigimos hacia algún lugar, el contenido de la pantalla se mueve y permanece fija la marca de nuestra posición actualizada. El desplazamiento que realizamos queda plasmado por un trazo punteado llamado track o tracking (huella o caminamiento).

La pantalla se puede configurar colocando una franja donde se nos proporcione cualquiera de los parámetros o funciones de que está provisto el aparato. Además de que brinda la posibilidad de cambiar de escala, ya sea con teclas (in, out) o bien con una función zoom preconfigurada.

Dependiendo del modelo de aparato, la pantalla puede ser de varios tamaños, con o sin colores. Se pueden observar las posiciones relativas de las principales ciudades del mundo o sistemas de comunicaciones. También se pueden introducir mapas de algunos países (con su sistema carretero y principales obras de infraestructura), o de ciudades con su traza urbana y nombres de las calles.

La complejidad de los mapas depende de la memoria del aparato que en los modelos recientes puede ser ilimitada con el uso de las tarjetas SD.

3.- Navegación. Consiste en una carátula que la mayoría de las veces está provista de un sistema de brújula que nos indica la dirección que debemos seguir cuando nos dirigimos hacia un punto, ya sea cuando accionamos la función GoTo (ir a), o al activar una ruta. Dependiendo del modelo, esta pantalla puede intercambiarse por otra en que la imagen de brújula cambia por la de una autopista que cumple la misma función.

Esta carátula puede configurarse de manera que en una franja aparezcan algunos de los parámetros de que está provisto el navegador.

4.- Menú. Aparece la relación de un conjunto de pantallas las cuales sirven para consultar, operar o modificar los parámetros. Las más comunes son:

Puntos.- (Waypoint). En ella se puede consultar la última posición que fue registrada (marcada) en el aparato. Esta misma pantalla nos permite introducir valores manualmente y/o modificar algunos de los datos de un punto existente. Se puede borrar, renombrar, etc.

Lista de puntos.- (List Waypoint). Muestra la lista de todos los puntos que han sido guardados en el aparato. Indica la capacidad libre y ocupada, y nos da la opción de borrarlos todos.

Rutas.- Muestra los grupos de posiciones de cada una de las rutas. Permite copiarlas, invertirlas, activarlas o desactivarlas. Las posiciones de cada ruta pueden ser eliminadas, cambiarse, insertar nuevas, borrarse, etc.

Menú de ajustes.- (Setup). Tiene otras tantas pantallas que permiten configurar la operación general del instrumento, entre otros datos pueden ser: especificar el idioma; las unidades de medida lineal; el formato de posición (aquí nos interesa el de grados, minutos y segundos, o el de UTM); el datum con el que se trabaja (para nosotros puede ser el NAD27, el GRS80 o el WGS84); el tiempo con respecto al meridiano de Greenwich, que es para la zona central de -6 hrs, a fin de que la posición sea la correcta.

Algunas de las funciones de que vienen provistos los navegadores son las siguientes, de las cuales un gran número de ellas se pueden configurar en las diversas páginas, según sea nuestra necesidad y objetivo de trabajo.

Buscando	Busca los satélites a la vista.
Autolocate	Inicia el Proceso y recoge nuevos datos.
Adquirir	Está recogiendo datos pero no los suficientes para calcular una posición 2D.
2Dnav	Procesa datos de tres satélites con buena geometría para calcular latitud y longitud (ϕ , λ).
3Dnav	Se tienen datos de cuando menos 4 satélites de buena geometría para fijar una posición (ϕ , λ , h).
CMG	Rumbo desde el punto de partida a la posición presente.
XTK	Error de curso. Distancia fuera de curso perpendicular a la dirección correcta.
ETA	Estimación de la hora de llegada.
ETE	Estimación del tiempo que queda hasta el destino.
TRK	Huella. Dirección del movimiento. Caminamiento.
VMG	Velocidad a la que se viaja en dirección del destino.
Waypoint	Localización de un punto guardado en la memoria.
Poor coverage	Poca cobertura. No hay suficientes datos de satélites.
No usable	No puede usarse, hay una mala configuración de los satélites.
Simulator	El aparato está en modo simulador.
TRIP	Cuenta kilómetros. Distancia total recorrida desde el Reset.
TEMPO	Tiempo total en que se ha mantenido una velocidad en tierra desde el Reset.
TRANS	Tiempo total en horas y minutos desde el último Reset.
VELMD	Velocidad media desde el último Reset.
VELMX	Velocidad máxima desde el último Reset.
ALT	Altitud del punto.
CTS	Curso recomendado para reducir el error de trayectoria.
TRN	Giro diferencia de ángulo entre la dirección de destino y el rumbo en curso (L izq., R der.).
BRG	Rumbo a un punto.
DST	Distancia a un punto.
EPE	Precisión horizontal.
CDI	Error de desviación (Escala).
VEL	Velocidad sobre tierra.

Topometría (Elementos)

Topometría, de sus raíces *metros*, medición y *topos*, lugar. Es decir, la medición de un lugar.

Para aplicarla se realiza un **levantamiento**, que lo definimos como el conjunto de actividades de campo necesarias para determinar la posición de los puntos característicos del terreno. Si la posición de los puntos es en los ejes (x, y), se le denomina **Planimetría**; si es en los ejes (x, z), **Altimetría**; y si es en los ejes (x, y, z), **Planialtimetría**.

Unidad 6. Planimetría

El campo de las mediciones ha revolucionado con los avances tecnológicos, hasta hace algunas décadas la técnica de medición implicaba conocimientos sobre aleaciones de materiales, su peso, sus coeficientes de dilatación, la tensión, temperatura, presión atmosférica, etc. Medir una distancia de unos cuantos cientos de metros implicaba trabajo de varias semanas y otros tantos días para efectuar los cálculos correspondientes. Hoy con los aparatos electrónicos denominados distanciómetros este trabajo se realiza en menos de 6 segundos.

Así mismo las grandes distancias intercontinentales se efectuaban por medio de medición y cálculo de figuras trianguladas unidas entre sí, método precisamente llamado **triangulación**, que hoy prácticamente ha desaparecido ante la tecnología de posicionamiento por medio de satélites artificiales, método llamado **Sistema de Posicionamiento Global** y por sus siglas en inglés **GPS** (Global Positioning Systems).

Pero esta tecnología no está a la par con el desarrollo económico de algunas regiones de nuestro país y debido a la falta de recursos para acceder a estos instrumentos, muchas de las técnicas tradicionales aún se tienen que utilizar.

En ese sentido, en esta segunda parte explicaremos una muestra representativa de los diferentes métodos de medición y lo haremos tanto en la forma tradicional como con las tecnologías modernas.

Las medidas lineales

Estas pueden ser de dos tipos: Directas e Indirectas.

Se llama medición directa cuando es usado un instrumento cuya dimensión es conocida y nos sirve para comparar otra dimensión. El caso más sencillo podría ser, por ejemplo, la longitud de nuestro paso, o el más común, con una cinta.

Paso. Saber la longitud de nuestro paso es de gran ayuda cuando queremos tener una idea aproximada de alguna distancia. Para ello escogemos un lugar de longitud conocida, 50 ó 100 m, la cuál recorremos varias veces hasta que determinemos la longitud promedio de nuestro paso.



Cinta. La cinta métrica la podemos encontrar de varios materiales: tela, plástico, lámina o acero y de diferentes longitudes; 10, 15, 20, 25, 30 y 50 m. La presentación puede ser en caja o en cruceta.



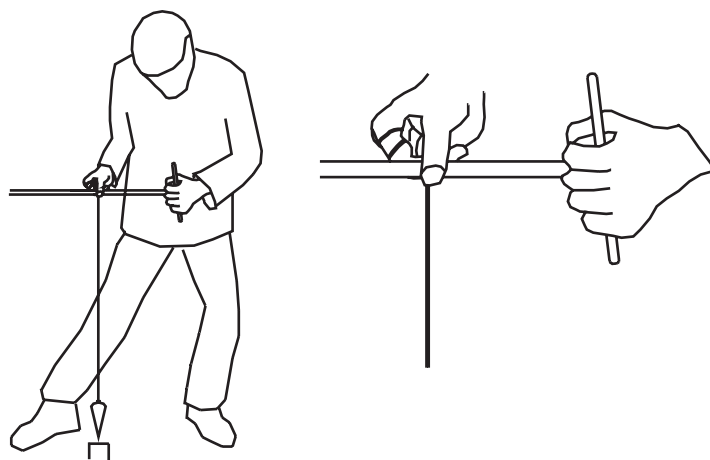
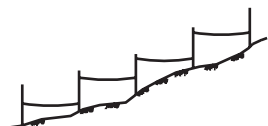
La medición se ejecuta tomando por ambos lados la cinta y realizando la lectura de la distancia con la ayuda de un par de plomadas o jalones (también llamados balizas).



Si la distancia es de mayor longitud que el largo de la cinta, se colocan varios puntos alineados a fin de realizar la medición por tramos.



Cuando el terreno tiene un desnivel pronunciado, los extremos de la cinta deben colocarse a nivel.



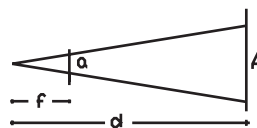
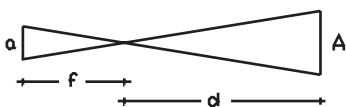
Medida de distancia con cinta y plomada

Las mediciones indirectas.

Son aquellas en las cuales se utilizan métodos que deben ser complementados con cálculos previos o posteriores para obtener la distancia

Estadia

Consiste en obtener la distancia con base en la proporción que ésta tiene en relación a otras distancias conocidas, fijadas de antemano. Por ejemplo si de las figuras siguientes se conoce **a** y **f**, entonces se mide **A** y se puede conocer **d**.



Por relación de triángulos semejantes:

$$\frac{f}{a} = \frac{d}{A}$$

$$d = \frac{f}{a} A$$

Este principio se aplica también a una simple tableta construida por nosotros mismos, en que consideramos fijas la distancias de nuestro ojo a la tableta teniendo estirado el brazo(**f**) y la distancia **A** de una regla de 2 m. Por lo que se pueden calcular las aberturas que deba tener la tableta para diferentes distancias d. Como por ejemplo 50, 40 y 30 m.

$$\frac{f}{a} = \frac{d}{A}$$

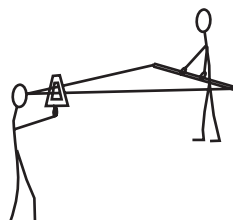
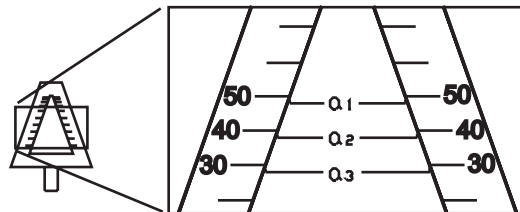
$$\frac{a}{f} = \frac{A}{d}$$

$$a = \frac{A}{d} * f$$

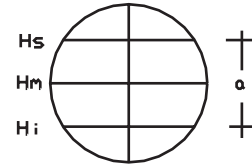
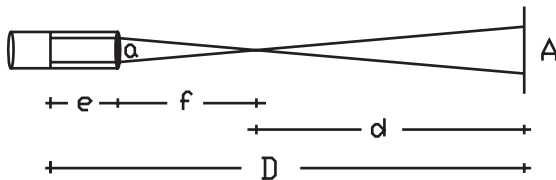
$$a_1 = \frac{2}{50} (0.63) = 0.025 \text{ m}$$

$$a_2 = \frac{2}{40} (0.63) = 0.032 \text{ m}$$

$$a_3 = \frac{2}{30} (0.63) = 0.042 \text{ m}$$



También se aplica al sistema óptico métrico de los teodolitos.



De la figura tenemos que

$$D = d + (e + f)$$

pero

$$d = \frac{f}{a} A$$

así que

$$D = \frac{f}{a} A + (e + f)$$

donde

$$\frac{f}{a} = C = 100 \quad \text{llamada constante grande}$$

y

$$(e + f) = c \approx 15 \text{ ó } 20 \text{ cm} \quad \text{llamada constante chica}$$

Esta constante chica por su valor y por las precisiones logradas con la estadia, en la práctica no se toma en cuenta.

Entonces

$$D = A * 100$$

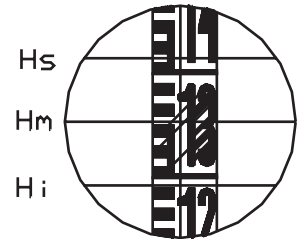
El valor de **A** es la diferencia de lecturas que nos dan las proyecciones de los hilos superior (*Hs*) e inferior (*Hi*) de la retícula sobre una regla llamada estadia que generalmente tiene una longitud de 3 ó 4m.

Por lo que

$$A = Hs - Hi$$

Finalmente

$$D = (Hs - Hi) * 100$$



En el diagrama se observa que el hilo superior de la retícula se proyecta en 1.416 m y el hilo inferior en 1.291 m, la distancia será:

$$D = (1.416 - 1.291) * 100$$

$$D = 0.125 * 100$$

$$D = 12.5 \text{ m}$$

Otro ejemplo sería si tenemos ***Hs* = 1.832 m** y ***Hi* = 1.264 m**

$$D = (1.832 - 1.264) * 100$$

$$D = 0.568 * 100$$

$$D = 56.8 \text{ m}$$

Como el intervalo que hay entre el ***Hs*** y el ***Hm***, es el mismo que hay entre ***Hm*** y ***Hi*** con dos valores se puede calcular la distancia.

Calcular la distancia si ***Hm* = 1.820** y ***Hi* = 1.345**. Calcular también ***Hs***.

$$a = Hm - Hi = (1.820 - 1.345) = 0.475$$

$$Hs = Hm + a = 1.820 + 0.475 = 2.295$$

$$D = (2.295 - 1.345) * 100$$

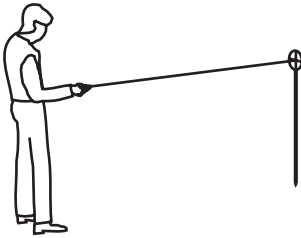
$$D = 0.950 * 100$$

$$D = 95.0 \text{ m}$$

Medición Laser

Laser, del acrónimo del inglés *Light amplification by stimulated emission of radiation*, (Amplificación de la luz por emisión estimulada de radiación). La medición se obtiene con un dispositivo que emite el rayo laser y al reflejarse en un objeto regresa sobre su trayectoria y se mide el tiempo de recorrido. Como se sabe la velocidad del rayo entonces se puede

calcular la distancia atendiendo a la fórmula de velocidad $v = \frac{d}{t}$, y de ahí $d = v * t$.

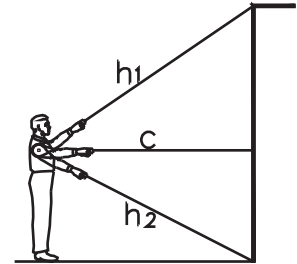


Estos aparatos de medición se fabrican en tamaño bolsillo que se utilizan para distancias cortas, menores de 30 m, en el modo de unidad sola, y son fundamentalmente para aplicaciones arquitectónicas. Si se utiliza con la tarjeta reflectora puede medir hasta 400 m.

Dependiendo de la marca y precio puede contener varias funciones como calcular áreas, volúmenes o distancia hastial. Esta última función consiste en la posibilidad del

dispositivo para medir alturas de la base a la cornisa de una construcción, sin estar pegado a ella. Su principio se basa en el cálculo de dos triángulos rectángulos unidos, de los que se conocen sus hipotenusas (h_1 y h_2) y el cateto "c" que tienen en común.

También existen medidores laser para actividades de dendrometría.

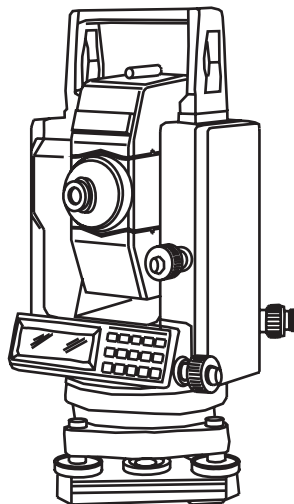


Estación total

El uso de la estación total es la forma actual de realizar las mediciones con fines topométricos. Su principio consiste en la emisión de un rayo de luz infrarroja reflejado en un conjunto de espejos ubicados en forma de prisma, que de forma análoga como en el caso del rayo Laser, de éste también se conoce su velocidad, y al medir el tiempo en que va y regresa, se puede calcular la distancia. El aparato está provisto de un conjunto de dispositivos electrónicos que permiten realizar además de la medición lineal, la de los valores angulares horizontal y vertical, con los que realiza los cálculos necesarios y después los almacena. Esto nos permite prescindir prácticamente de anotación alguna. Así que después del trabajo de campo, al final de la jornada, con la ayuda de una interfase los datos son transmitidos a una PC.

La distancia que se puede medir varía según marca y calidad, pero en el mercado las hay que miden desde 1.2 m hasta 5000 m, dependiendo del tipo y número de prismas que se utilicen para reflejar el rayo.

Recientemente y para evitar el uso del prisma, algunas ET están provistas de rayo laser para efectuar las mediciones más cercanas. También está la ET robotizada que permite que una sola persona realice el trabajo de medición.



Levantamientos con cinta.

Son varios los métodos con longímetro (cinta) que podemos aplicar para realizar la medición de un predio cuyas dimensiones fluctúen desde unos cuantos metros cuadrados hasta una o dos hectáreas. Los métodos a continuación expuestos son técnicas que cada vez se utilizan menos debido al uso de los nuevos aparatos electrónicos que miden distancias de forma por demás fácil y en unos cuantos segundos. Sin embargo, en algunas regiones de nuestro país aún no se tiene acceso a esta tecnología y por eso es necesario utilizar estos métodos que llamaremos convencionales.

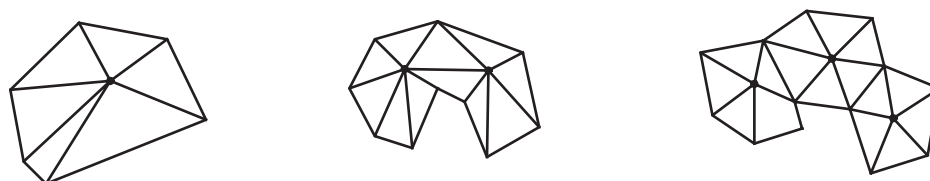
De éstos el más común es el llamado **Método de triangulación**, que puede combinarse para dar pie al **Método de radiaciones** con cinta.

El método de triangulación, como su nombre lo indica, consiste en realizar las medidas de un conjunto de triángulos que abarquen todo el predio en cuestión.

Cualquier terreno puede triangularse y obtener sus distancias y superficie, desde un simple cuadrilátero hasta una figura más compleja



Cuando el terreno lo permite puede emplearse una variación denominada Método de Radiaciones, que consiste en formar triángulos tomando como vértice un punto o más situados en algún lugar interno o externo del terreno.



Cada uno de los triángulos se resuelve a partir de las distancias de sus tres lados hasta que la solución de todos ellos nos den el resultado de conjunto.

Las fórmulas que pueden utilizarse para obtener los ángulos son:

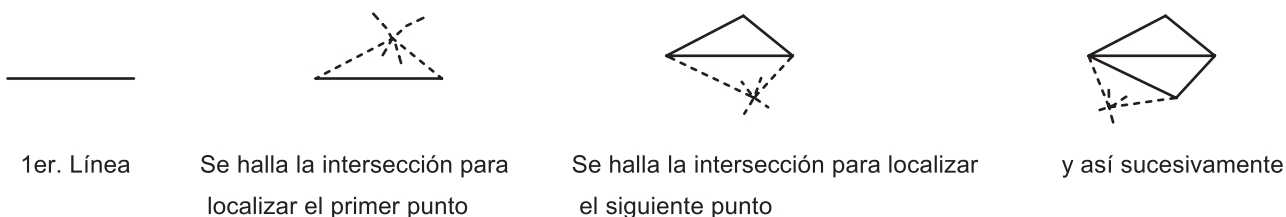
$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \frac{A}{2} &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} & \cos \frac{A}{2} &= \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} & \tan \frac{A}{2} &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \\ \text{donde } s &= \frac{a+b+c}{2} \end{aligned}$$

En este caso se exponen tres fórmulas para resolver el ángulo del vértice A, pero sustituyendo valores en cualquiera de las tres, se encuentran los valores de los demás ángulos.

Con los lados del triángulo también se puede obtener el área por medio de la fórmula de Herón.

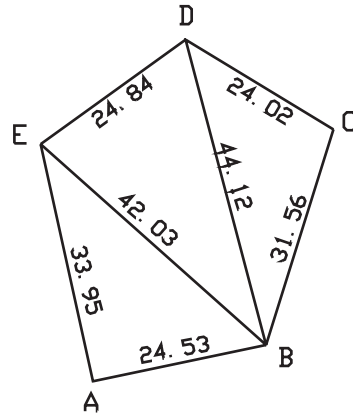
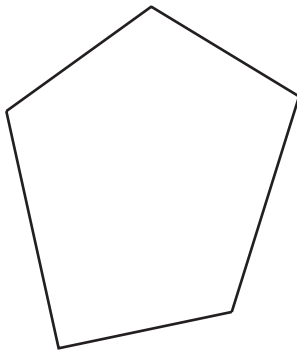
$$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

De esta manera y una vez efectuados los cálculos, se puede dibujar el plano iniciando su construcción a partir de uno de los lados de cualquier triángulo y con un compás ir construyendo toda la figura.



Ejemplo de levantamiento por el método de triangulación.

En las figuras siguientes se indica la forma de un terreno y las distancias en metros trianguladas que de él se obtuvieron.



$$\text{sen} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Triángulo 1 ABE

$$s_1 = \frac{42.03 + 33.95 + 24.53}{2} = \frac{100.51}{2} = 50.255$$

$$\text{sen} \frac{A_1}{2} = \sqrt{\frac{16.305 * 25.725}{33.95 * 24.53}} = \sqrt{\frac{419.446}{832.794}} = \sqrt{0.50366} = 0.70969$$

$$\frac{A_1}{2} = 45^\circ 12' 35''$$

$$A_1 = 90^\circ 25' 11''$$

$$\text{sen} \frac{B_1}{2} = \sqrt{\frac{25.725 * 8.225}{24.53 * 42.03}} = \sqrt{\frac{211.588}{1030.996}} = \sqrt{0.20523} = 0.45302$$

$$\frac{B_1}{2} = 26^\circ 56' 15''$$

$$B_1 = 53^\circ 52' 30''$$

$$E_1 = 180 - (90^\circ 25' 11'' + 53^\circ 52' 30'') = 180 - 144^\circ 17' 41''$$

$$E_1 = 35^\circ 42' 19''$$

$$\text{Area}_1 = \sqrt{50.255 * 8.225 * 16.305 * 25.725}$$

$$\text{Area}_1 = \sqrt{173376.95}$$

$$\text{Area}_1 = 416.39 \text{ m}^2$$

Triángulo 2 BDE

$$s_2 = \frac{24.84 + 42.03 + 44.12}{2} = \frac{110.99}{2} = 55.495$$

$$\text{sen} \frac{B_2}{2} = \sqrt{\frac{13.465 * 11.375}{42.03 * 44.12}} = \sqrt{\frac{153.164}{1854.364}} = \sqrt{0.0826} = 0.28740$$

$$\frac{B_2}{2} = 16^\circ 42' 08''$$

$$B_2 = 33^\circ 24' 16''$$

$$\text{sen} \frac{D_2}{2} = \sqrt{\frac{11.375 * 30.655}{44.12 * 24.84}} = \sqrt{\frac{348.701}{1095.941}} = \sqrt{0.3182} = 0.56407$$

$$\frac{D_2}{2} = 34^\circ 20' 16''$$

$$D_2 = 68^\circ 40' 32''$$

$$E_2 = 180 - (33^\circ 24' 16'' + 68^\circ 40' 32'') = 180 - 102^\circ 04' 48''$$

$$E_2 = 77^\circ 55' 12''$$

$$\text{Area}_2 = \sqrt{55.495 * 30.655 * 13.465 * 11.375}$$

$$\text{Area}_2 = \sqrt{260563.12}$$

$$\text{Area}_2 = 510.45 \text{ m}^2$$

Triángulo 3 BCD

$$S_2 = \frac{24.02 + 44.12 + 31.56}{2} = \frac{99.700}{2} = 49.850$$

$$\text{sen} \frac{B_3}{2} = \sqrt{\frac{5.730 * 18.290}{44.12 * 31.56}} = \sqrt{\frac{104.802}{1392.427}} = \sqrt{0.07527} = 0.27435$$

$$\frac{B_3}{2} = 15^\circ 55' 23''$$

$$B_3 = 31^\circ 50' 46''$$

$$\text{sen} \frac{C_3}{2} = \sqrt{\frac{18.29 * 25.83}{31.56 * 24.02}} = \sqrt{\frac{472.431}{758.071}} = \sqrt{0.62320} = 0.78943$$

$$\frac{C_3}{2} = 52^\circ 07' 57''$$

$$C_3 = 104^\circ 15' 53''$$

$$D_3 = 180 - (31^\circ 50' 46'' + 104^\circ 15' 53'') = 180 - 136^\circ 06' 39''$$

$$D_3 = 43^\circ 53' 21''$$

$$\text{Área}_3 = \sqrt{49.85 * 25.83 * 5.730 * 18.29}$$

$$\text{Área}_3 = \sqrt{134945.34}$$

$$\text{Área}_3 = 367.35 \text{ m}^2$$

Resumen

	Ángulos
A = A ₁ =	90°25'11"
B = B ₁ +B ₂ +B ₃ = 53°52'30" + 33°24'16" + 31°50'46" =	119°07'32"
C = C ₃ =	104°15'53"
D = D ₂ +D ₃ = 68°40'32" + 43°53'21" =	112°33'53"
E = E ₁ + E ₂ = 35°42'19" + 77°55'12" =	113°37'31"
	540°00'00"

	Áreas
Área 1 =	416.39
Área 2 =	510.45
Área 3 =	367.35
Área total =	1294.19 m ²

En el ejemplo se expusieron todos los cálculos para que se observe el procedimiento, pero esto no es necesario pues hay calculadoras de bolsillo que tienen cálculos programados que realizan estas operaciones en donde se ingresan los tres lados y nos dan los demás elementos del triángulo, incluso el área. En algunas otras se puede programar el cálculo. Si se utiliza hoja de cálculo en PC podemos ingresar los tres lados en las columnas A, B y C, en la columna D calcular "s", en la columna E calcular la raíz cuadrada, en F, calculamos el semiángulo, en G, el ángulo, en H, los grados del ángulo, en I, los minutos del ángulo, en J, los segundos del ángulo y en K el área del triángulo.

$$A1 = \text{lado 1}$$

$$B1 = \text{lado 2}$$

$$C1 = \text{lado 3}$$

$$D1 = (A1+B1+C1)/2$$

$$E1 = \text{RAIZ}((D1-B1)*(D1-C1)/(B1*C1))$$

$$F1 = \text{ASENO}(E1)*180/PI()$$

$$G1 = F1*2$$

$$H1 = \text{ENTERO}(G1)$$

$$I1 = \text{ENTERO}(((G1-H1)*60))$$

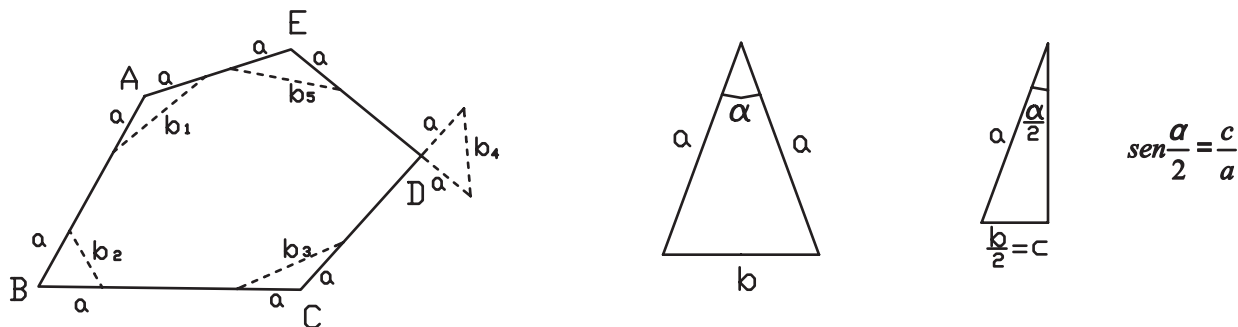
$$J1 = (((G1-H1)*60)-I1)*60$$

$$K1 = \text{RAIZ}(D1*(D1-A1)*(D1-B1)*(D1-C1))$$

Si se tiene acceso a una PC con algún software CAD, se dibujan los triángulos por intersecciones y luego se obtienen sus elementos.

Lados de liga

Existe otro método que es relativamente sencillo y de fácil construcción en su dibujo. Se le conoce con el nombre de Lados de liga y consiste en realizar la medición de los ángulos de cada uno de los vértices, tomando las medidas de un triángulo isósceles formado con una distancia previamente fijada en sus lados adyacentes y luego medir la base que los une. Estos triángulos pueden formarse hacia adentro o hacia fuera del predio según se presenten las condiciones, tal como se ejemplifica en la figura siguiente:



Como las medidas no pueden ser exactas y debido a lo rudimentario de los alineamientos, la suma de ángulos interiores del polígono tendrá un error de cierre angular pues la condición para que un polígono sea cerrado angularmente, es que la suma de sus ángulos interiores sea igual al número de vértices menos dos, multiplicado por 180, o en el caso de ángulos exteriores es que su suma deberá ser igual al número de vértices mas dos, multiplicada por 180.

$$\text{cierre angular} = \sum < s \text{ int} = 180(n - 2)$$

$$\text{cierre angular} = \sum < s \text{ ext} = 180(n + 2)$$

Donde $\sum < s \text{ int}$ = suma de los ángulos interiores

$\sum < s \text{ ext}$ = suma de los ángulos exteriores

n = número de vértices del polígono

Así que la diferencia se aplica equitativamente en forma conveniente a cada uno de los vértices.

Si utilizamos una cantidad cómoda para el lado de liga, por ejemplo 10 m, el cálculo es aún más sencillo.

Si el lado de liga es a = 10.00 m						
b	b/2 = c	Sen α/2 = c/a	α/2	α'	corrección	α
1 18.56	9.280	0.9280	68°07'31"	136°15'02"	+ 0°02'26"	136°17'28"
2 10.20	5.100	0.5100	30°39'50"	61°19'40"	+ 0°02'26"	61°22'06"
3 18.25	9.125	0.9125	65°51'12"	131°42'24"	+ 0°02'26"	131°44'50"
4 13.75	6.875	0.6875	43°25'57"	86°51'54"	+ 0°02'25"	86°54'19"
5 17.63	8.815	0.8815	61°49'26"	123°38'52"	+ 0°02'25"	123°41'17"
				539°47'52"	0°12'08"	540°00'00"

Para completar las medidas es necesario que se obtengan las distancias de los lados AB, BC, CD, DE y EA y ya estamos en condiciones de realizar el dibujo.

En hoja de cálculo

$A1$ = Distancia medida entre extremos de lados de liga, es decir b

$B1 = A1/2$

$C1 = \text{SENO}(B1/10)$ Si el lado de liga fue de 10.00 m

$D1 = \text{ASENO}(C1)$

En las siguientes columnas se calcula la corrección, los ángulos compensados y luego se calculan en grados, minutos y segundos, como se realizó en el ejemplo anterior.

Dibujo con distancias y ángulos.

Si ya tenemos los ángulos compensados y las distancias entre los vértices, podemos entonces realizar el dibujo.

- 1.- Se dibuja a la escala calculada o escogida una de las líneas.
- 2.- Con base en ésta y con la ayuda de un transportador, se marca el ángulo que forma con la siguiente línea y se indica la distancia correspondiente.
- 3.- Con base en esta última línea y con la ayuda del transportador se marca el ángulo que forma con la siguiente línea y se indica la distancia correspondiente.
- 4.- Se procede de igual manera con todas las siguientes líneas del polígono.

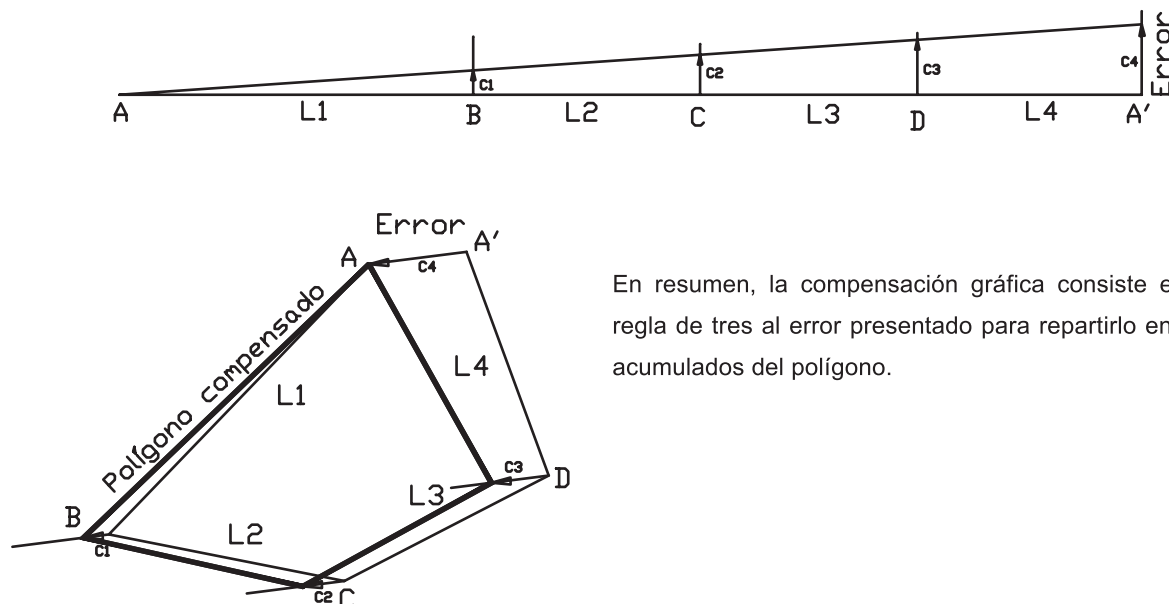
En este tipo de construcción los errores se acumulan y por lo tanto al término del dibujo de las líneas, se observará que no “cierra” el polígono por lo que hay que aplicar una corrección.

Corrección gráfica de un polígono.

El error gráfico que se observa al dibujar un polígono con ángulos y distancias podemos considerarlo como un pequeño vector entre el punto de inicio y final del dibujo (puntos que en realidad deberían ser el mismo), y como tal tiene sus características de dirección, sentido y magnitud, por lo que la corrección deberá ser también un vector con iguales características, es decir, igual dirección, igual magnitud, pero de sentido contrario.

Como al ir dibujando el polígono línea por línea, los errores se van acumulando, entonces del error total se hace una distribución proporcional entre cada una de las líneas, o mejor dicho de los tramos acumulados.

Esta distribución proporcional se debe realizar también gráficamente, porque así fue la construcción. Sin embargo, algunas veces por comodidad se efectúan los cálculos aritméticos correspondientes y luego con los valores obtenidos se realiza el dibujo, es decir, se aplica la corrección necesaria.



En resumen, la compensación gráfica consiste en aplicar una regla de tres al error presentado para repartirlo entre los tramos acumulados del polígono.

Rumbos de las líneas.

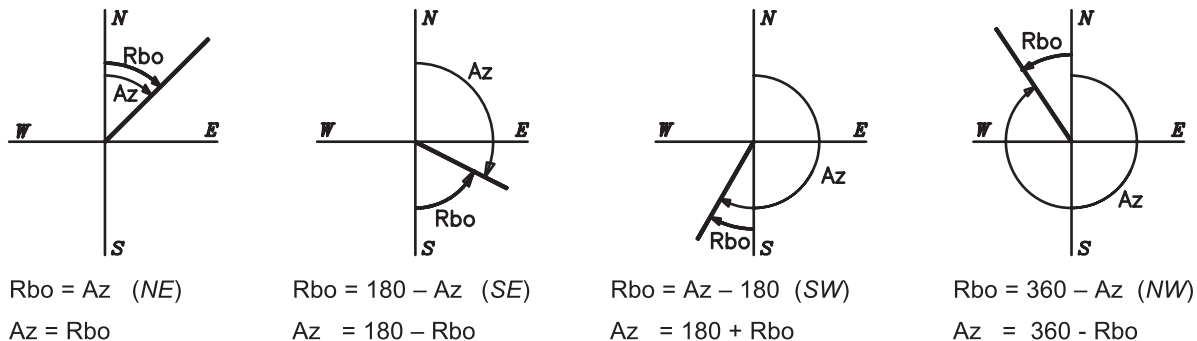
“**Rumbo de una línea** es el ángulo formado entre ésta y la línea Norte – Sur. Se mide a partir del Norte o a partir del Sur, hacia el Este o hacia el Oeste y su valor varía de 0° a 90° . Para identificar en qué cuadrante se localiza, se acostumbra acompañarlo de dos de las letras de los puntos cardinales entre las que se encuentra”

Otra forma de identificar la abertura angular que ocupan las líneas con respecto al eje Norte – Sur, es por medio del azimut, que se define como:

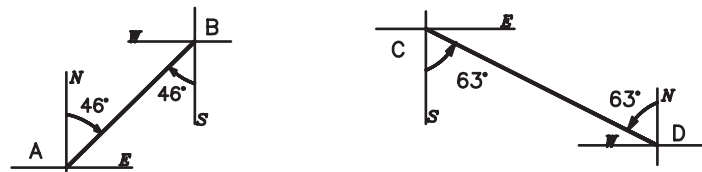
“**Azimut de una línea** es el ángulo formado entre ésta y la línea Norte – Sur. Se mide siempre a partir del Norte en el sentido de las manecillas del reloj y su valor varía de 0° a 360° ”



La posición angular de una línea puede expresarse mediante su rumbo o mediante su azimut, y para realizar esta conversión basta con hacer la diferencia entre sus valores respetando la definición de cada una de ellas. Como se muestra en las siguientes figuras



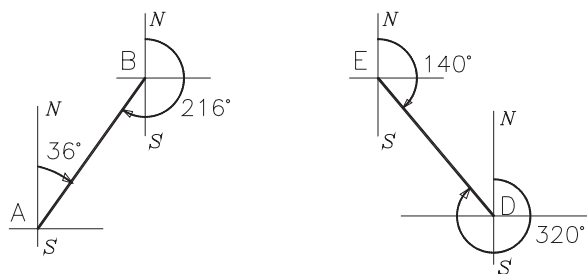
Otros conceptos necesarios al utilizar rumbos o azimuts son el rumbo inverso y el azimut inverso.



El **Rumbo inverso** se obtiene asignando el mismo valor angular pero cambiando al cuadrante contrario, ya que son ángulos alternos internos.

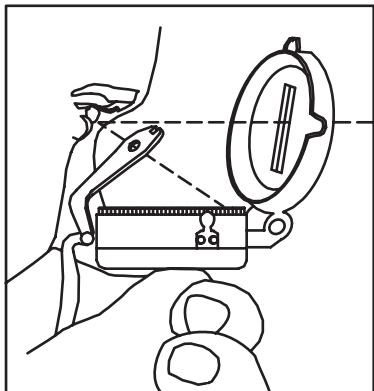
Por ejemplo $AB = 46^\circ NE$ y su inverso $BA = 46^\circ SW$. Lo mismo con $CD = 63^\circ SW$ y su inverso $DC = 63^\circ NW$. (Figura de la izq.)

El **Azimut inverso** se obtiene de sumar o restar 180° al azimut directo. Por ejemplo si tenemos que el azimut de la línea AB = 36° entonces el azimut inverso BA = $36^\circ + 180^\circ = 216^\circ$. Si tenemos que el azimut de la línea DE = 320° entonces el azimut ED = $320^\circ - 180^\circ = 140^\circ$. (Fig. der.)



Medición de rumbos en campo

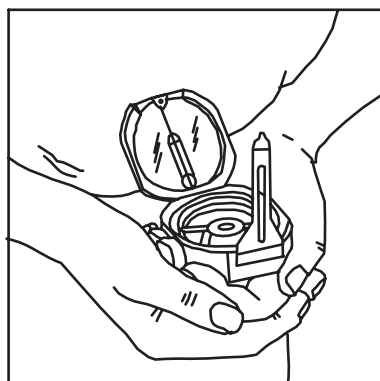
Los rumbos los podemos obtener directamente en el campo si contamos con una brújula, aunque las medidas angulares realizadas con ella no son muy precisas, pues solo se puede aproximar en el mejor de los casos a $\frac{1}{2}$ grado. Sin embargo se acostumbra utilizarla en trabajos expeditos que no requieren de una alta precisión, como aquellos que se requieren para elaborar anteproyectos, también en actividades de reconocimiento, en medición de parcelas de cultivo con fines de cálculo de rendimiento de la producción, etc.



En la actualidad ya no es muy común su uso, pero aquí lo exponemos con fines didácticos, y para que algún usuario pueda resolver un problema de medición (de las características mencionadas) en alguna emergencia.

Podemos utilizar la "brújula militar" que es de fácil adquisición y su costo es muy económico.

Para realizar la lectura nos debemos colocar encima de la estación y, teniendo sujeta la brújula tal como se indica en la figura, observamos el punto que nos interesa y realizamos la lectura correspondiente. Haremos lo propio para todas y cada una de las líneas que nos interesen. Ya sea desde una sola estación, o bien nos vamos cambiando a otros puntos que ya hayan sido medidos y que a su vez nos sirvan como puntos estación.



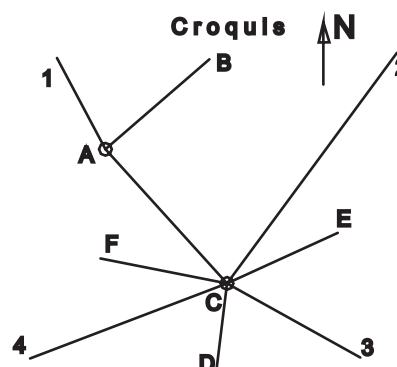
La brújula tipo BRUNTON es un instrumento más sofisticado, de construcción más robusta: Está provisto de una graduación para medir rumbos o azimut, según sea el modelo y, también tiene un dispositivo que nos permite realizar la medición de ángulos verticales de inclinación, o de pendientes en porcentaje. Características por las que son utilizadas por geólogos para sus trabajos de prospección.

Puede apoyarse sobre un tripé similar a los que utilizan las cámaras fotográficas, pero si éste no se tiene, entonces para realizar la lectura de un rumbo se toma la brújula con las dos manos y los brazos se apoyan en la cintura. Nos colocamos encima de la estación y la observamos por el orificio que tiene el instrumento en su tapa. A la vez haremos coincidir la línea del espejo de la tapa, la imagen

reflejada del punto observado y la punta de la pínula mayor. En el momento en que esto se logre, se nivela el aparato con la ayuda del nivel esférico del que viene provisto y se hacen los ajustes pertinentes para cumplir nuevamente las condiciones mencionadas. Cuando lo logremos, en ese momento se realiza la lectura. El manual de la brújula BRUNTON indica la posición correcta para su manejo, tal como se aprecia en la figura.

En el caso de ambas brújulas el registro de campo que se lleva es como el que a continuación se muestra.

Estación	Punto observado	Distancia	Rumbo	Notas
A	1	15.03	28° NW	
	B	37.72	49° NE	
	C	38.01	42° SE	
C	2	40.02	36° NE	
	3	21.60	61° SE	
	D	11.87	7° SW	
	E	17.19	66° NE	
	F	18.15	79° NW	
	4	29.61	69° SW	



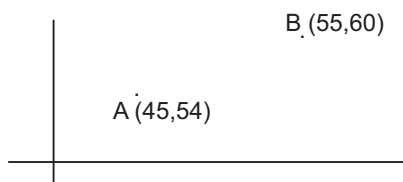
Coordenadas de un polígono

Otra parte de la Planimetría, consiste en obtener las coordenadas de los puntos para que estos valores los podamos dibujar de manera más exacta en un plano. Además con ellos podemos resolver otros problemas como: obtener distancias entre puntos, ángulos entre las líneas o el área de un polígono formado por un conjunto de puntos.

Este tema es relativamente fácil pues aunque su desarrollo teórico está basado en cálculos mucho más complejos, como la aplicación de teoría de los errores, probabilidades, geometría analítica, etc., etc., para fines prácticos inicialmente podemos circunscribirla en la aplicación de las siguientes fórmulas:

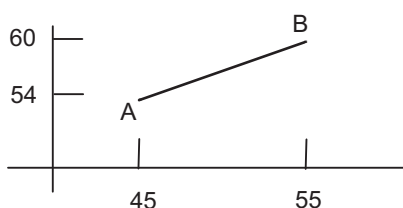
Teorema de Pitágoras	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
Seno	$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cat opuesto}}{\text{hipotenusa}}$
Coseno	$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cat adyacente}}{\text{hipotenusa}}$
Tangente	$\text{tan } \alpha = \frac{\text{cat opuesto}}{\text{cat adyacente}}$
Proporción	$\frac{A}{B} = \frac{x}{C} \quad x = \frac{AC}{B}$

Coordenadas y Teorema de Pitágoras.



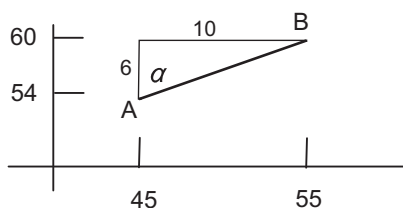
Podemos iniciar de esta manera:

Recordando algunos conocimientos que ya hemos adquirido en otras asignaturas, resulta que podemos obtener la distancia que existe entre dos puntos con la aplicación del Teorema de Pitágoras.



Sean las coordenadas del punto A(45, 54) y las del punto B(55, 60), que ubicadas en un par de ejes ortogonales quedarían como se muestra en las figuras de la izquierda, correspondiendo estos valores a sus ordenadas y abscisas de cada uno de ellos. Entonces resulta fácil determinar los catetos de un triángulo rectángulo formado por esta línea y unas paralelas a los ejes cartesianos.

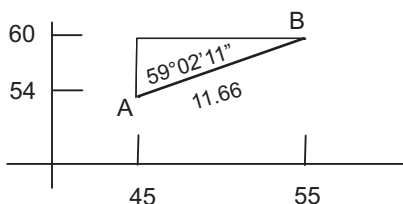
Las fórmulas enunciadas antes nos sirven para ello.



La distancia entre A y B se obtiene mediante la aplicación del Teorema de Pitágoras

$$AB = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136}$$

$$AB = 11.66$$



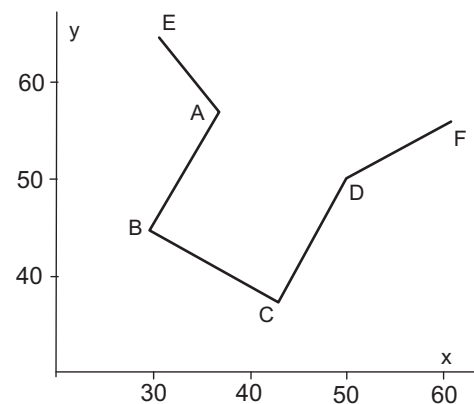
El ángulo respecto al eje "y", en este caso el del vértice A, lo obtenemos por medio de la tangente:

$$\tan \alpha = \frac{10}{6} = 1.666667$$

$$\arctan 1.666667 = 59^\circ 02' 11''$$

Esto quiere decir que si conocemos las coordenadas de dos o más puntos, entonces se pueden conocer también las distancias que existen entre ellos, cualesquiera sea la combinación que de estos quisiéramos hacer.

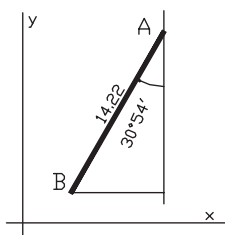
En un plano o mapa, podemos obtener de manera gráfica las coordenadas de los puntos que sean de nuestro interés.



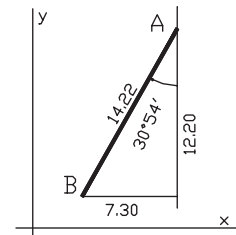
Por ejemplo en la figura de la derecha se pueden estimar los valores (x,y) de cada uno de los puntos.

Pero ¿cómo calculamos las coordenadas de los puntos a partir de las medidas que realizamos en el campo?

El método tradicional consiste en medir las distancias que hay entre los puntos y el ángulo que forma cada una de estas líneas con respecto a uno de los ejes; que para el caso de Topometría, será el eje de las "y". Esta medida angular puede realizarse directamente o bien obtenerla a partir de la medida de otros ángulos.



De la figura anterior, podríamos haber medido en el campo una distancia entre los puntos A y B de 14.22 m y que por algún otro cálculo supiéramos que el ángulo que existe entre esta línea y el eje de las "y", es de 30°54', (Fig. izq.). Con estos valores y aplicando las funciones seno y coseno podemos obtener los catetos del triángulo que se forma, o sea las proyecciones de esta línea sobre los ejes (x, y). (Fig. der.)



Así obtendríamos que:

$$x = 14.22 \sin 30^\circ 54' = 7.30$$

$$y = 14.22 \cos 30^\circ 54' = 12.20$$

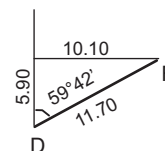
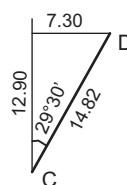
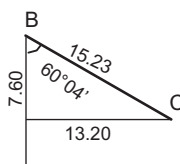
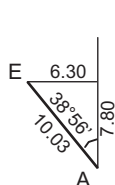
Conocidas las distancias de las demás líneas y el ángulo que forman con el eje “y”, se realiza la misma operación. Suponiendo datos para cada línea, el cálculo será como se muestra en las siguientes figuras:

$$x_{AE} = 10.03 \text{ sen } 38^\circ 56' = 6.30$$

$$y_{AE} = 10.03 \text{ cos } 38^\circ 56' = 7.80$$

$$x_{CD} = 14.82 \text{ sen } 29^\circ 30' = 7.30$$

$$y_{CD} = 14.82 \text{ cos } 29^\circ 30' = 12.90$$



$$x_{BC} = 15.23 \text{ sen } 60^\circ 04' = 13.20$$

$$y_{BC} = 15.23 \text{ cos } 60^\circ 04' = 7.60$$

$$x_{DF} = 11.70 \text{ sen } 59^\circ 42' = 10.10$$

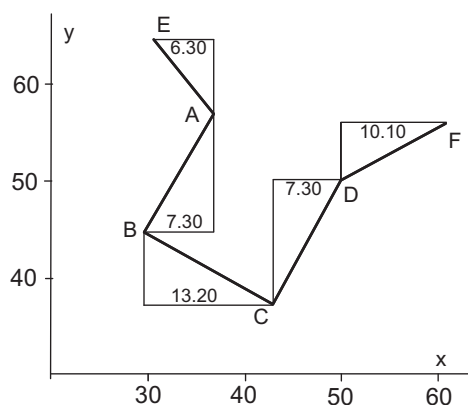
$$y_{DF} = 11.70 \text{ cos } 59^\circ 42' = 5.90$$

¿Qué hacemos con las proyecciones de las líneas?

Todas estas proyecciones (los catetos de los triángulos que se formaron), los vamos a sumar o restar, según sea necesario para obtener las coordenadas de los puntos.

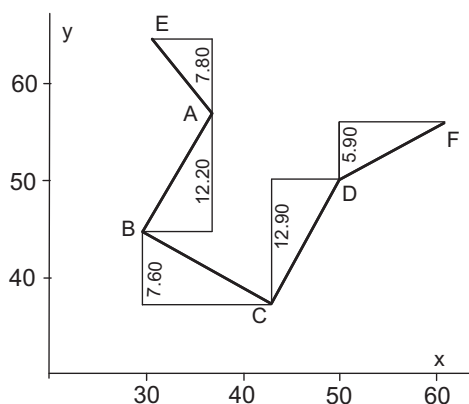
Para realizar estas sumas o restas asignamos un valor arbitrario a cualquiera de ellos. Por ejemplo al punto D le asignamos las coordenadas (50,50).

Primero obtenemos los valores de las “x” (las abscisas).



De la figura de la izquierda, se puede observar claramente que si el punto D tiene un valor de $x=50$ entonces para calcular el valor del punto C, tendremos que restarle 7.30, dándonos por resultado 42.7, de este valor volvemos a restar 13.20 para obtener el de B, porque también se encuentra a la izquierda de C, y así obtenemos el resultado de 29.5. Para calcular el de A, le sumamos 7.30 al de B porque A está más a la derecha, y su valor será 36.8, para luego restarle 6.30 y obtener el resultado de 30.5 que le corresponde al punto E.

Para calcular el valor de F bastará con sumarle 10.10 al 50.00 del punto D, dando por resultado 60.10.



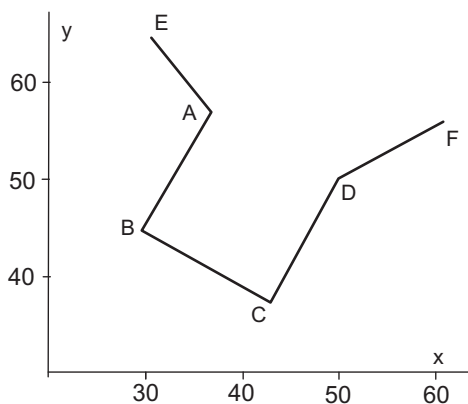
De manera semejante calculamos los valores de las "y" (las ordenadas) de los puntos. Analizando los valores en la figura de la izquierda tenemos que:

$$\begin{array}{rcl}
 50.00 & \rightarrow & D \\
 - 12.90 & & + 5.90 \\
 \hline
 37.10 & \rightarrow & C \\
 + 7.60 & & \\
 \hline
 44.70 & \rightarrow & B \\
 + 12.20 & & \\
 \hline
 56.90 & \rightarrow & A \\
 + 7.80 & & \\
 \hline
 64.70 & \rightarrow & E
 \end{array}$$

La topometría, además de encargarse de los diferentes métodos para realizar las medidas y cálculos, también se encarga de establecer formas para organizarlos, así que el ejemplo anterior puede presentarse de la siguiente manera:

Cálculo de coordenadas								
Línea		Distancia	α	Proyecciones		Coordenadas		Pto
				Px	Py	X	Y	
A	B	14.22	30°54'	7.30	12.20	36.80	56.90	A
B	C	15.23	60°04'	13.20	7.60	29.50	44.74	B
C	D	14.82	29°30'	7.30	12.90	42.70	37.10	C
D	F	11.70	59°42'	10.10	5.90	50.00	50.00	D
						30.50	55.90	F
A	E	10.03	38°56'	6.30	7.80	60.10	64.70	E

Si se grafica en un plano estas coordenadas nos daría por resultado la figura que inicialmente analizamos.



A (36.8, 56.9)
 B (29.5, 44.7)
 C (42.7, 37.1)
 D (50.0, 50.0)
 E (30.5, 64.7)
 F (60.1, 55.9)

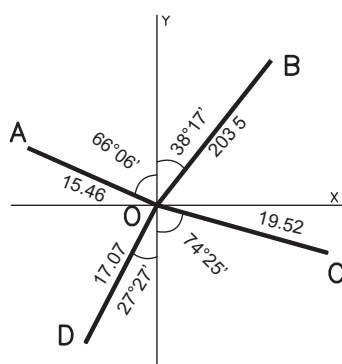
Levantamiento por punto estación

No importa el número de líneas o su ubicación, lo necesario para los cálculos relacionados con topometría es que los ángulos estén referidos al eje de las "y", o bien si se trata de puntos cardinales, a la línea Norte- Sur.

Este tipo de levantamiento ha cobrado recientemente nueva importancia debido a que las distancias grandes que anteriormente tenían un alto grado de dificultad para medirse, ahora se pueden obtener mediante distanciómetros electrónicos, por lo que muchas veces desde un solo punto se pueden obtener los datos necesarios para medir un terreno de varias centenas de metros.

El siguiente ejemplo es de sólo cuatro puntos. En un trabajo real, pueden ser varias decenas y en algunos casos varios cientos de puntos; sin embargo, lo aquí expuesto se aplica de igual manera a los cuatro que a cientos.

Supongamos que a partir de un punto se obtuvieron los rumbos de varias líneas, ya sea medidos directamente con una brújula, o bien midiendo previamente los ángulos de las líneas y luego con el rumbo de alguna de ellas calcular los rumbos de las demás. Si también se midieron las distancias de cada una de ellas entonces tendríamos datos como los que aparecen en el diagrama siguiente:



Registro de campo			
Línea	Distancia	α (Rbo.)	
O A	15.46	66°06'	
B	20.35	38°17'	
C	19.52	74°25'	
D	17.07	27°27'	

Colocados en forma ordenada para el cálculo quedarían

Cálculo de coordenadas							
Línea	Distancia	α (Rbo.)	Proyecciones		Coordenadas		Pto
			Px	Py	X	Y	
O A	15.46	66°06'					A
B	20.35	38°17'					B
C	19.52	74°25'					C
D	17.07	27°27'					D

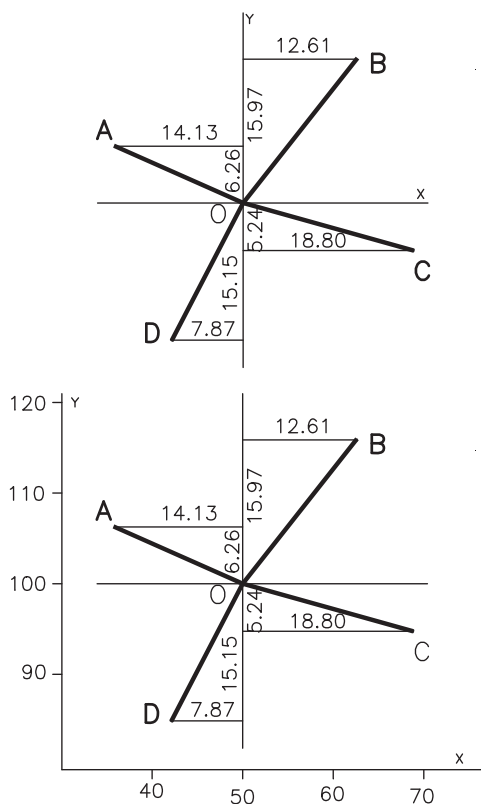
El cálculo de los catetos (proyecciones) sería:

Cálculo de coordenadas							
Línea	Distancia	α (Rbo.)	Proyecciones		Coordenadas		Pto
			Px	Py	X	Y	
O A	15.46	66°06'	14.13	6.26			A
B	20.35	38°17'	12.61	15.97			B
C	19.52	74°25'	18.80	5.24			C
D	17.07	27°27'	7.87	15.15			D

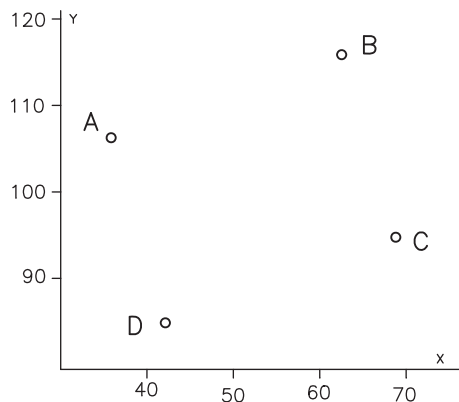
Cálculo de coordenadas.

Si asignamos un valor arbitrario de coordenadas para el punto O, por ejemplo O(50,100), a partir de éste podemos calcular las coordenadas de los demás puntos.

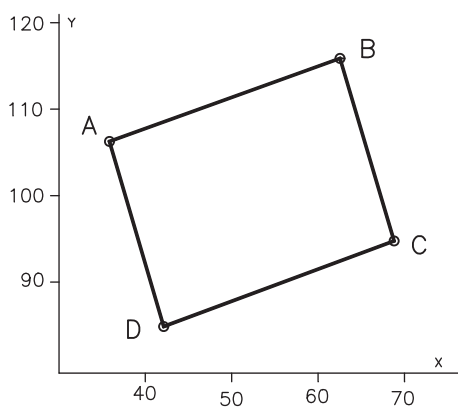
Para las "x", restamos los catetos que hayan quedado a la izquierda y sumamos los de la derecha. Lo propio se hace para el eje de las "y"; sumamos los que quedan hacia arriba y restamos los que quedan hacia abajo.



Los resultados se presentan en la siguiente tabla, y la posición de sus coordenadas, en la figura gráfica de la izquierda.



Cálculo de coordenadas							
Línea	Distancia	α (Rbo.)	Proyecciones		Coordenadas		Pto
			Px	Py	X	Y	
O A	15.46	66°06'	14.13	6.26	35.87	106.26	A
B	20.35	38°17'	12.61	15.97	62.61	115.97	B
C	19.52	74°25'	18.80	5.24	68.80	94.76	C
D	17.07	27°27'	7.87	15.15	42.13	84.55	D



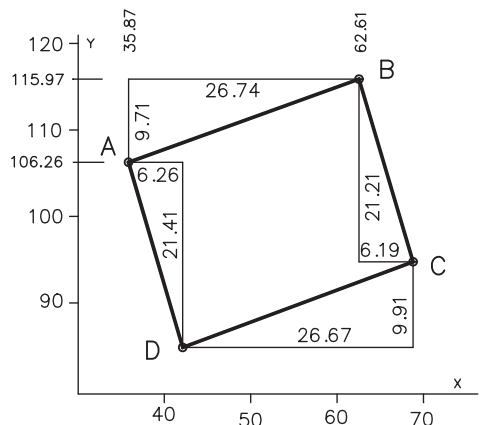
Si ya calculamos las coordenadas, ¿qué hacemos con ellas?

Como vimos al inicio de estas notas, si tenemos los valores de las coordenadas de varios puntos, con ellos podemos formar las líneas que nos convengan o que representen algún detalle característico del terreno, y entonces calcular su distancia y ángulo con respecto a alguno de los ejes. Estas líneas pueden representar un lindero, los lados de un edificio, la orilla de un camino, una cerca, etc. etc.

Del ejemplo anterior, consideremos que los vértices A, B, C y D, (figura de la izquierda), forman las líneas límites de un terreno del cual deseamos saber sus medidas tanto lineales como angulares, además del área que se forma con ellos.

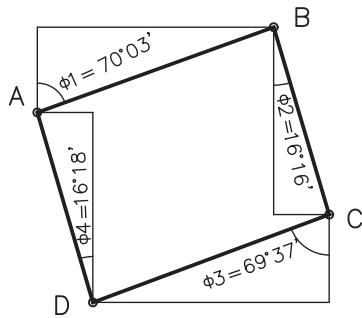
Si obtenemos los catetos de las líneas formadas por cada par de puntos consecutivos, entonces tendremos varios pares de elementos rectangulares, que trasformándolos a polares con la calculadora de bolsillo, nos darán las distancias y los ángulos con respecto a uno de los ejes.

Para obtener los catetos (diferencia entre coordenadas), y a manera de ejemplo ilustrativo, en la siguiente figura se muestran los que corresponden a la línea AB. Para la línea AB en "x", $62.61 - 35.87 = 26.74$. En "y", tenemos que $115.97 - 106.26 = 9.71$. De esta manera, 26.74 y 9.71 son los catetos del triángulo formado y con ellos se calcula la distancia y el ángulo. Esta operación se repite con las demás líneas. Entonces los cálculos serían:



Pto	X	Y	Cateto x	Cateto y	Distancia	Ángulo
A	35.87	106.26				
B	62.61	115.97	26.74	9.71	28.45	70°03'
C	68.80	94.76	6.19	21.21	22.09	16°16'
D	42.13	84.85	26.67	9.91	28.45	69°37'
A	35.87	106.26	6.26	21.41	22.31	16°18'

Del análisis de los ángulos referidos al eje de las "y" (fig. izquierda), podemos obtener los ángulos que existen entre las líneas. Como se muestra en la figura de la derecha



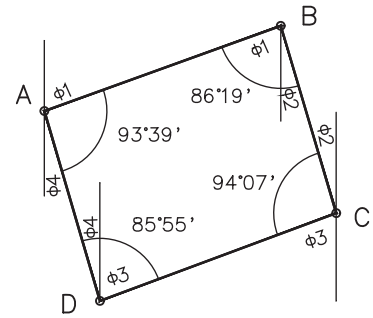
$$A = 180 - (\varphi_1 + \varphi_4) = 93^\circ 39'$$

$$B = \varphi_1 + \varphi_2 = 86^\circ 19'$$

$$C = 180 - (\varphi_2 + \varphi_3) = 94^\circ 07'$$

$$D = \varphi_3 + \varphi_4 = 85^\circ 55'$$

$$A+B+C+D=360^\circ \text{ comprobación}$$



Finalmente calculamos el área que es igual a un medio del resultado del determinante, por lo que se resuelve

realizando los productos cruzados, con la fórmula $\text{área} = \frac{\sum \text{productos} - \sum \text{productos}}{2}$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 35.87 & 106.26 \\ 62.61 & 115.97 \\ 68.80 & 94.76 \\ 48.13 & 84.85 \\ 35.87 & 106.26 \end{vmatrix} = \frac{20407.18 - 21667.48}{2} = \frac{1260.30}{2} = 630.15 \text{ m}^2$$

Transformación de Polares a Rectangulares, y de Rectangulares a Polares

Las proyecciones (catetos de los triángulos) se obtienen con las funciones seno y coseno. Pero también podemos utilizar el cálculo ya programado en las calculadoras de bolsillo, haciendo la conversión de elementos polares (distancia, ángulo) a elementos rectangulares (x, y) o (y, x), según sea el caso. Esto resulta muy conveniente y ventajoso pues además de ahorrarnos tiempo nos evita escribir datos intermedios y, por consiguiente, reducir las probabilidades de incurrir en una equivocación, ya que en un trabajo, por sencillo que sea, tenemos que aplicar estos cálculos muchas veces.

A continuación se exponen diversas formas de como opera este programa en algunas calculadoras, pero recomendamos siempre consultar el manual de operación.

	Polares a rectangulares		Rectangulares a polares	
	Introducir y teclear	Aparece	Introducir y teclear	Aparece
Modelo 1	Distancia $P \rightarrow R$ Ángulo $\equiv$ $x \rightarrow y$	Cateto adyacente Cateto opuesto	Cateto adyacente $R \rightarrow P$ Cateto opuesto $\equiv$ $x \rightarrow y$	Distancia Ángulo
Modelo 2	$\text{Rec}(\text{Dist } \square \text{ Ang. } \square)$ $\equiv$ $\text{Alpha} \square F \square \equiv$	Cateto adyacente Cateto opuesto	$\text{Pol}(\text{Cat.ady } \square \text{ Cat.op } \square)$ $\equiv$ $\text{Alpha} \square F \square \equiv$	Distancia Ángulo
Modelo 3	$(\text{Dist } \square \text{ Ang } \square)$ $x \rightarrow y$ $\rightarrow$	Cateto adyacente Cateto opuesto	$(\text{Cat.ady } \square \text{ Cat.op } \square)$ $r \rightarrow \sigma$ $\rightarrow$	Distancia Ángulo
Modelo 4	Distancia a Ángulo DEG b $x \rightarrow y$ b	Cateto adyacente Cateto opuesto	Cateto adyacente a Cateto opuesto b $r \rightarrow \sigma$ b DMS	Distancia Ángulo decimal Ángulo sexages.

En Topometría (excepto en la nivelación diferencial), es suficiente trabajar todos los resultados al centímetro. Hacerlo con más aproximación, significa trabajo ocioso, que para fines prácticos no tiene ninguna aplicación, salvo casos estrictamente especiales, para profesionales del ramo.

Ejercicios:

1.- Obtener los elementos (distancia, ángulos y área), del polígono formado por los puntos 1, 2, 3, 4, según los datos del siguiente registro:

Estación	P. O.	Distancia	Rumbo
A	1	15.24	52° NW
	2	24.73	41° SW
	3	31.27	33° SE
	4	12.36	48° NE

Respuestas

Distancias	Ángulos
1-2 = 28.36 m	1 = 95°32'34"
2-3 = 34.10 m	2 = 94°15'46"
3-4 = 35.38 m	3 = 64°22'38"
4-1 = 21.22 m	4 = 105°49'02"
Área = 843.48 m ²	

2.- Obtener los elementos del polígono formando por los puntos 1, 2, 3, 4 y 5, según los siguientes datos:

Estación	P. O.	Distancia	Azmut
A	1	46.21	342°
	2	52.17	201°
	3	72.43	137°
	4	84.36	85°
	5	55.72	36°

Respuestas

Distancias	Ángulos
1-2 = 92.76 m	1 = 94°06'20"
2-3 = 68.23 m	2 = 90°51'24"
3-4 = 69.56 m	3 = 116°16'52"
4-5 = 63.67 m	4 = 96°28'13"
5-1 = 47.04 m	5 = 142°17'10"
Área = 7679.46 m ²	

3.- Obtener los elementos del polígono formado por los puntos 1, 2, 3 y 4, según los siguientes datos:

Estación	P. O.	Distancia	Rumbo
A	1	25.16	18° NW
	B	31.24	34° SE
B	2	51.17	68° SW
	3	31.20	35° SE
	4	42.18	22° NE

Respuestas

Distancias	Ángulos
1-2 = 72.48 m	1 = 93°11'59"
2-3 = 65.65 m	2 = 77°44'56"
3-4 = 64.70 m	3 = 82°33'36"
4-1 = 42.42 m	4 = 106°29'29"
Área = 3640.90 m ²	

4.- Obtener los elementos del polígono formado por los puntos 1, 2, 3 y 4, según los siguientes datos:

Estación	Punto observado	Distancia	Rumbo
A	1	15.03	28° NW
	B	37.72	49° NE
	C	38.01	42° SE
C	2	40.02	36° NE
	3	21.60	61° SE
	D	11.87	7° SW
	E	17.19	66° NE
	F	18.15	79° NW
	4	29.61	69° SW

Respuestas

Distancias	Ángulos
1-2 = 56.75	1 = 75°25'12"
2-3 = 43.10	2 = 93°05'58"
3-4 = 46.54	3 = 96°20'26"
4-1 = 52.35	4 = 95°08'24"
Área = 2434.46 m ²	

5.- Obtener los elementos del polígono formado por los puntos 1, 2, 3 y 4, según los siguientes datos:

Estación	P. O.	Distancia	Rumbo
A	1	10.53	12° NW
	B	16.42	40° SE
B	2	17.18	35° NE
	C	14.50	51° SW
C	3	17.01	36° SE
	4	21.12	79° NW

Respuestas

Distancias

1-2 = 24.25 m

2-3 = 38.60 m

3-4 = 35.51m

4-1= 33.96 m

Ángulos

1 = 103°15'17"

2 = 94°32'14"

3 = 76°40'57"

4 = 85°31'32"

Área = 1067.70 m²

6.- Obtener los elementos del polígono formado por los puntos 1, 2, 3 y 4, según los siguientes datos:

Estación	P. O.	Distancia	Azimut
A	1	28.36	282°
	4	42.17	196°
	B	17.21	85°
B	C	15.24	205°
C	2	51.33	54°
	3	42.17	136°

Respuestas

Distancias

1-2 = 80.86 m

2-3 = 61.73 m

3-4 = 51.66 m

4-1= 49.15 m

Ángulos

1 = 79°21'57"

2 = 70°03'45"

3 = 99°05'21"

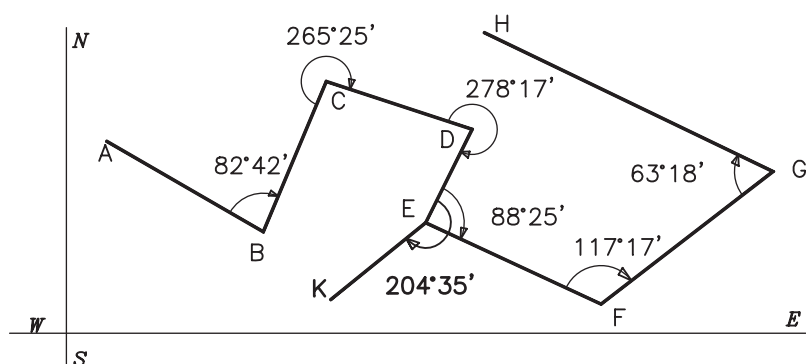
4 = 111°28'58"

Área = 3527.63 m²

Cálculo de los rumbos.

Únicamente si tenemos un aparato GPS de precisión podremos obtener directamente desde el campo las coordenadas de los puntos de un terreno, pues como ya dijimos, el navegador GPS sólo nos da un dato aproximado que puede variar algunos metros de su posición correcta. Así que para calcular las coordenadas de los puntos, lo tendremos que hacer con el auxilio de las proyecciones de las líneas como lo vimos en las páginas anteriores. El rumbo que hasta ahora hemos utilizado ha sido el medido con la brújula, medida que deja mucho que desear si requerimos precisión en nuestro trabajo; por eso tenemos que medir los ángulos con un teodolito, ya sea de los convencionales que dan aproximaciones a un minuto o los de lectura óptica donde se pueden obtener valores en segundos o fracciones de segundos.

Supongamos las medidas angulares de las siguientes líneas:



De la figura de la izquierda a simple vista se puede deducir cuál es la dirección de cada una de las líneas y en qué cuadrante están ubicadas.

Por ejemplo:

AB	al	SE	GF	al	SW
BC	al	NE	ED	al	NE
DE	al	SW	EK	al	SW
EF	al	SE			Etc

Sin embargo lo que necesitamos para nuestro propósito es conocer el valor angular que cada una de éstas tiene respecto al eje "y" o sea, el rumbo, o bien si se desea, el azimut.

Para iniciar el cálculo de éstos, se requiere forzosamente conocer cuando menos un rumbo de partida de alguna de las líneas, no importa mucho si es aproximado. Este dato de partida nos servirá para calcular el valor exacto de cada una de las orientaciones de las demás líneas.

Para el ejemplo que se ilustra consideremos que la línea **AB** tiene un rumbo de **60°00'** hacia el **SE**.

Método de análisis de cuadrantes para el cálculo de los rumbos de las líneas.

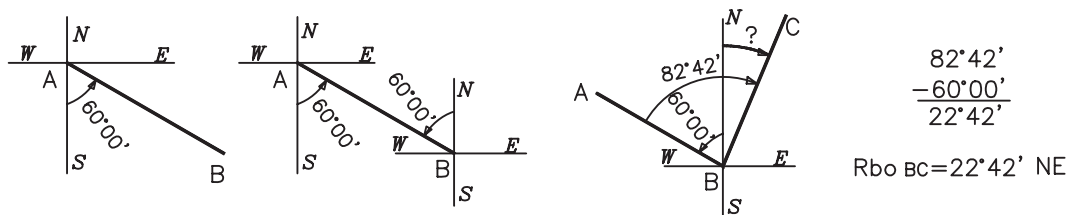
Como su nombre lo indica, consiste en analizar cuál es la posición que ocupan las líneas en los cuadrantes formados por los ejes que unen los puntos cardinales. Siempre tomando como datos el rumbo conocido de una de las líneas y el valor angular que forma con la siguiente. En general se dibuja un diagrama y se procede mediante los siguientes pasos:

- 1° Se identifica el rumbo dato de la línea de partida.
- 2° Se obtiene el rumbo inverso, o sea el alterno interno.
- 3° Se dibuja en forma aproximada, con su ángulo correspondiente, la línea que nos interesa.
- 4° Se realiza un análisis para identificar el rumbo buscado y se hacen los cálculos aritméticos correspondientes.

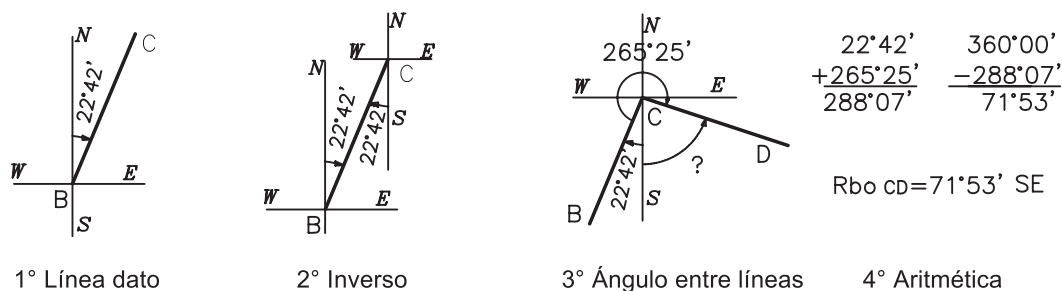
Y así, para cada línea, en cada análisis, se repiten estos pasos.

De la figura anterior, tendremos los siguientes cálculos:

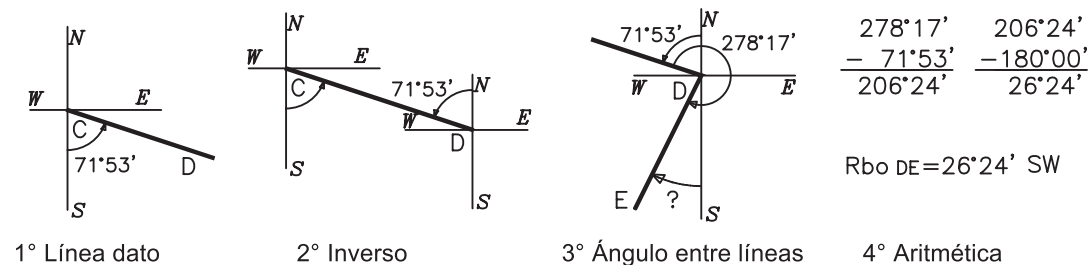
A partir del Rbo. AB = $60^{\circ}00'$ SE, se calcula el rumbo de la línea BC, si el ángulo B = $82^{\circ}42'$. (Fig. siguiente).



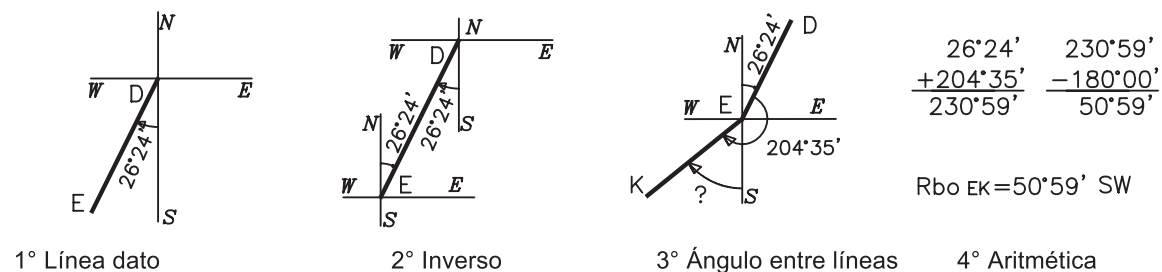
A partir del Rbo BC = $22^{\circ}42'$ NE, se calcula el rumbo de la línea CD, si el ángulo C = $265^{\circ}25'$. (Fig. siguiente).



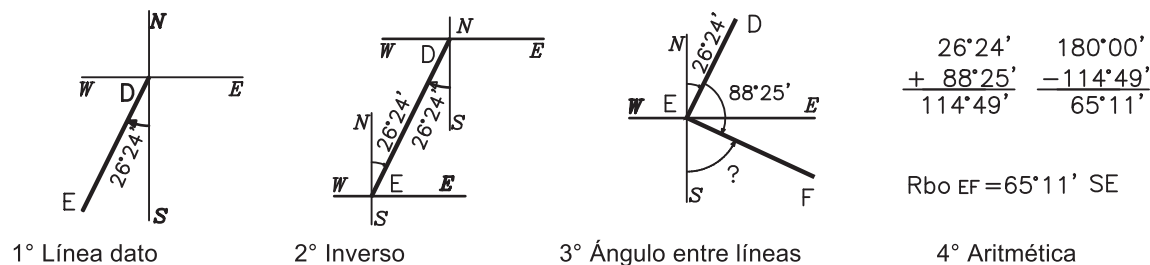
A partir del Rbo. CD = $71^{\circ}53'$ SE, se calcula el rumbo de la línea DE, si el ángulo D = $278^{\circ}17'$. (Fig. siguiente).



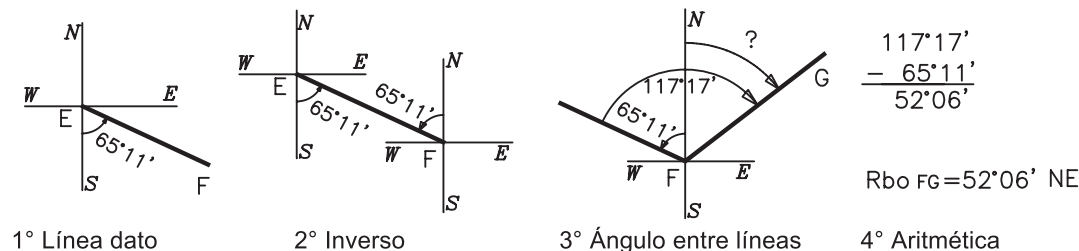
A partir del Rbo. DE = $9^{\circ}50'$ NE, se calcula el rumbo de la línea EK, si el ángulo E = $204^{\circ}35'$. (Fig. siguiente).



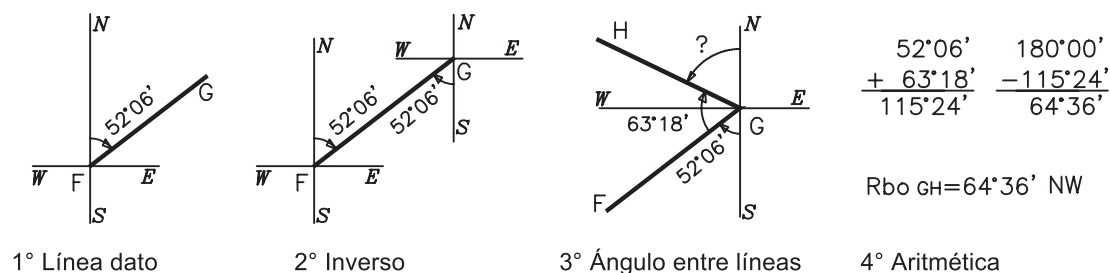
A partir del Rbo. DE = 26°24' SW, se calcula el rumbo de la línea EF, si el ángulo E = 88°25'. (Fig. siguiente).



A partir del Rbo. EF = 65°11' SE, se calcula el rumbo de la línea FG, si el ángulo F = 117°17'. (Fig. siguiente).



A partir del Rbo. EG = 52°06' NE, se calcula el rumbo de la línea GH, si el ángulo G = 63°18'. (Fig. siguiente).

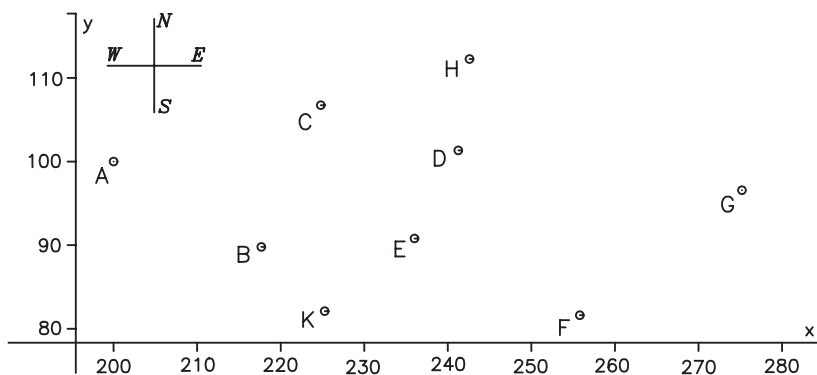


Si conocemos las distancias podemos calcular sus proyecciones y, por lo tanto, sus coordenadas. En este caso, como ya contamos con el rumbo, colocamos las proyecciones según el cuadrante que les corresponde. Para el cálculo de las coordenadas en el eje de las "x" se deben restar los valores que se encuentran hacia el Oeste (W) y sumar los que se encuentran hacia el Este (E). Para los valores que corresponden al eje de las "y", sumamos los que quedan hacia el Norte (N) y restamos los que quedan hacia el Sur (S)

Cálculo de las coordenadas de un polígono abierto

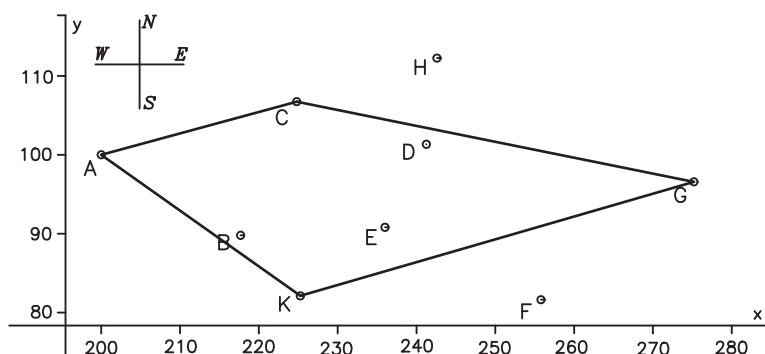
Cálculo de las coordenadas de los puntos									
Lado	Dist.	Rumbo	Proyecciones				Coordenadas		Pto
			E	W	N	S	X	Y	
A B	17.68	60°00' SE	15.31			8.84	200.00	100.00	A
B C	18.38	22°42' NE	7.09		16.96		215.31	91.16	B
C D	17.32	71°53' SE	16.46			5.39	222.40	108.12	C
D E	11.76	26°24' SW		5.23		10.53	238.86	102.73	D
E F	21.81	65°11' SE	19.80			9.15	233.63	92.20	E
F K	13.82	50°59' SW		10.74		8.70	222.89	83.50	K
F G	24.49	52°06' NE	19.32		15.04		253.43	83.05	F
G H	36.18	64°36' NW		32.68	15.52		272.75	98.09	G
							240.07	113.61	H

En la tabla de la izquierda se tomó como origen A(200,100), para el cálculo de las coordenadas de los demás puntos.



En la figura de la izquierda se muestra la gráfica de todos los puntos.

Ahora con la combinación que nos convenga podemos formar las líneas necesarias y calcular sus elementos.



Si deseamos conocer las distancias, ángulos y área del polígono formado por los puntos A, K, G, C, A, resolvemos como se indicó en el ejemplo de las páginas anteriores. Se muestran en la Fig. de la izq. y los cálculos en la tabla siguiente.

Cálculo de distancias y rumbos						
Pto	X	Y	Dif. x	Dif. y	Distancia	Rumbo
A	200.00	100.00				
K	222.89	83.50	22.89	16.50	28.22	54°13' SE
G	272.75	98.09	49.86	14.59	51.95	73°41' NE
C	222.40	108.12	50.35	10.03	51.34	78°44' NW
A	200.00	100.00	22.40	8.12	23.83	70°04' SW

A partir de las coordenadas que son de nuestro interés, calculamos las diferencias entre cada par de puntos que formen una línea del polígono. Es decir, aplicamos distancia entre dos puntos y también calculamos el ángulo con respecto al eje "y", aplicando teorema de Pitágoras y tangente, o bien transformando de valores rectangulares (Dif. y, Dif. x), a valores polares (Distancia, Rumbo).

Nuevamente recordamos que para el caso de Topometría, el primer dato que se introduce en las calculadoras de bolsillo es el cateto adyacente del ángulo que nos interesa, en este caso el que corresponde al eje "y".

Para determinar el cuadrante en el que se encuentra la línea, basta hacer un pequeño análisis de las dos coordenadas de los puntos. Por ejemplo, se observa que la ordenada de A tiene un valor de 100.00 y es mayor que la del punto K que lo tiene de 83.50, por lo que la dirección sobre el eje de las "y" sería hacia abajo, es decir, hacia el Sur. De igual manera se observa que la dirección de la ordenada del punto K a la del punto G se dirige hacia el Norte, la de GC se dirige hacia el Norte también y la de CA se dirige hacia el Sur, porque va de 108.12 a 100.00.

De forma análoga se analizan las abscisas. Así tenemos que la dirección de A hacia K se dirige hacia el Este, la de KG hacia el Este porque va de 282.89 al 272.75, la de GC hacia el Oeste, y la de CA hacia el Oeste.

De la figura de la izquierda, se pueden deducir los ángulos que aparecen en la figura de la derecha, conforme las siguientes operaciones:

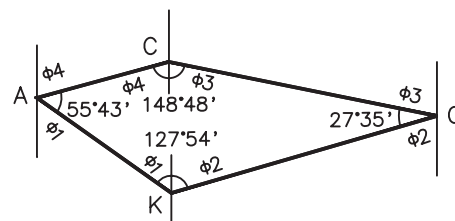
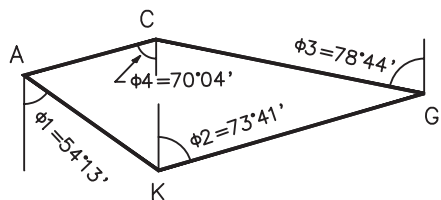
$$A = 180 - (\varphi_1 + \varphi_4) = 55^\circ 43'$$

$$K = \varphi_1 + \varphi_2 = 127^\circ 54'$$

$$G = 180 - (\varphi_2 + \varphi_3) = 27^\circ 35'$$

$$C = \varphi_3 + \varphi_4 = 148^\circ 48'$$

$$A + K + G + C = 360^\circ \text{ comprobación.}$$



Finalmente el área se calcula por medio del determinante:

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 200.00 & 100.00 \\ 222.89 & 83.50 \\ 272.75 & 98.09 \\ 222.40 & 108.12 \\ 200.00 & 100.00 \end{vmatrix} = \frac{90293.01 - 88502.84}{2} = \frac{1790.17}{2} = 895.08 \text{ m}^2$$

Cálculo de un polígono cerrado con radiaciones.

Siempre que se realizan varias medidas de un mismo lugar u objeto, existe una pequeña diferencia entre ellas. En topometría cuando nos referimos a un polígono cerrado, para que éste sea verdaderamente cerrado, debe cumplir con las condiciones de cierre angular y lineal.

Cierre angular

El cierre angular de un polígono se cumple cuando la suma de los **ángulos interiores** es igual a 180° multiplicada por el número de vértices menos dos, o que la suma de sus **ángulos exteriores** sea igual a 180° multiplicada por el número de vértices más dos.

Las fórmulas son las siguientes:

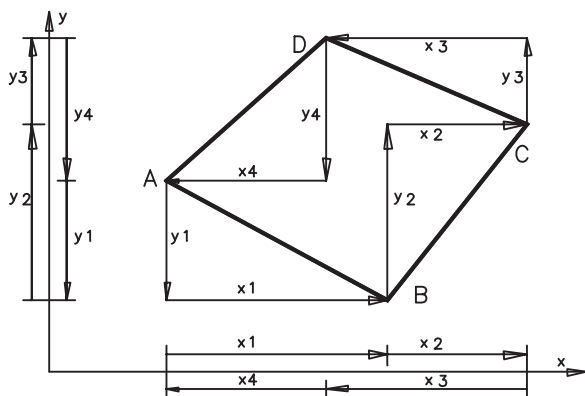
$$\sum \angle s \text{ int.} = 180^\circ (n - 2)$$

$$\sum \angle s \text{ ext.} = 180^\circ (n + 2)$$

Como siempre hay una diferencia entre el valor medido y la condición de cierre, ésta se reparte entre los vértices.

Cierre lineal

Para que un polígono sea cerrado linealmente, debe cumplir la condición de que la suma algebraica de sus proyecciones tanto en el eje de las "x", como en el eje de las "y", sea cero. En la figura siguiente gráficamente, lo podemos observar.



Sin embargo cuando realizamos los cálculos nos damos cuenta que siempre se manifiesta una diferencia, por lo que hay que compensar estos **errores** para cumplir con la condición de cierre. Ésta operación se realiza tanto en el eje de las "x" como en el eje de las "y".

Con el fin de que no exista ambigüedad en las medidas que realizamos, sobre cuándo se trata de un error y cuándo se trata de una equivocación, se han establecido límites llamados **tolerancias**, que dependen fundamentalmente del aparato que

utilicemos, del método que apliquemos y, sobre todo, de la finalidad del trabajo, es decir, para qué se va a utilizar.

TOLERANCIAS

Tolerancia angular

$$T = \pm a\sqrt{n}$$

T = tolerancia máxima permitida

a = Aproximación angular del aparato

n = Número de vértices que conformen el polígono cerrado que nos interesa.

Tolerancia lineal

1 : 500

Trabajos realizados con Estadia

1 : 3000

Trabajos comunes con teodolito y cinta

1 : 5000

Trabajos para registrarlos en catastro

1 : 10,000

Trabajos de precisión

Estas cantidades quieren decir que debe haber una unidad de error permitido por tantas que se hayan medido.

¿En que consiste la compensación?

Para compensar el error angular, se divide el error entre el número de vértices del polígono y se suma o se resta a los valores de los ángulos de cada vértice, según sea necesario, a fin de cumplir con la condición de cierre.

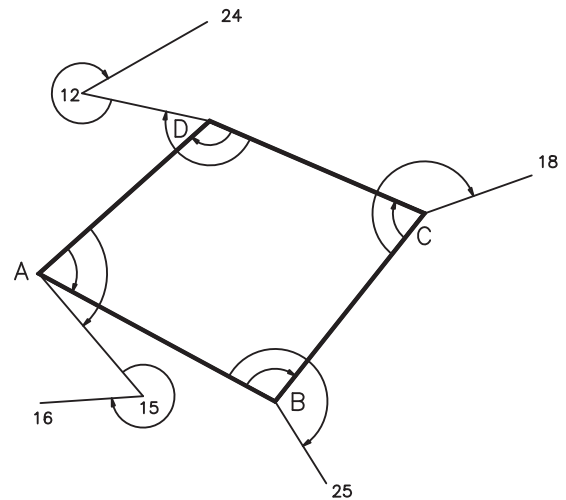
Si se trabajó con aparato de un minuto (1'), entonces podemos aumentar o disminuir un minuto a los vértices que precedan a las distancias más cortas, y de esta forma obtener los valores que sumados cumplan la condición de cierre.

Ya que está cerrado angularmente el polígono, se obtienen los rumbos o azimuts de las líneas, se calculan sus proyecciones, se suman conforme la dirección en la que se encuentren (Este, Oeste, para "x"; y Norte y Sur, para "y"), se obtienen las diferencias (**errores**) entre Este y Oeste (Ex); y entre Norte y el Sur (Ey), se calcula el error total (Et) y la precisión (1/x). Si el trabajo está dentro de la tolerancia que nos fijamos previamente, entonces compensamos repartiendo el error proporcionalmente en las proyecciones (una regla de tres) y calculamos las coordenadas.

Registro de campo				
Línea		Dista	Angulo	Notas
A	D	-	0°00'	
	B	57.69	70°09'	Rbo 62° SE
	15	34.59	91°19'	
15	A	-	0°00'	
	16	22.14	306°37'	
B	A	-	0°00'	
	C	51.65	100°06'	
	25	20.78	209°35'	
C	B	-	0°00'	
	D	50.30	74°44'	
	18	24.49	211°57'	
D	C	-	0°00'	
	A	49.23	114°59'	
	12	28.08	168°58'	
12	D	-	0°00'	
	24	30.97	318°07'	

Ejemplo

Del registro de campo siguiente obtener las distancias, ángulos y área del polígono formado por los puntos 16, 25, 18 y 24.



En el registro se observan los puntos que se tomaron como estación (Est.) porque desde ellos se midieron distancias y ángulos a otros puntos (P.O.). Esto quiere decir que el teodolito se colocó en el punto A y de ahí, tomando como origen el punto D se midió el ángulo hacia el punto B y el punto 15. Posteriormente se colocó el aparato en el punto 15 y tomando como origen el punto A se midió el ángulo hacia el punto 16. Luego se colocó el aparato en el punto B y tomando como origen el punto A, se midió hacia los puntos C y 25, y así sucesivamente se realizaron las demás medidas, tal y como se indica en los datos del registro.

Compensación angular

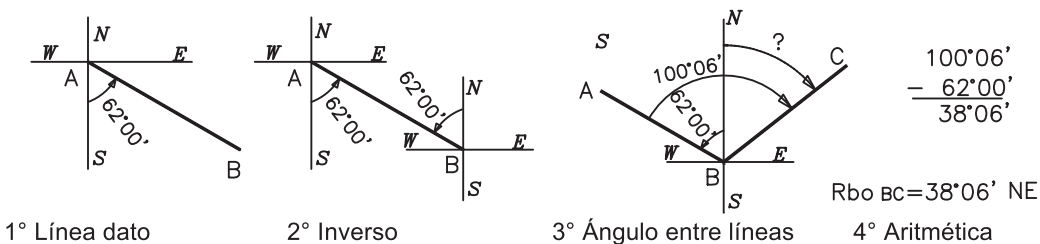
Lo primero que tenemos que hacer es compensar angularmente el polígono cerrado, como son 4 vértices tenemos que:

$$\sum \angle s \text{ int.} = 180^\circ(4 - 2) = 180^\circ(2) = 360^\circ$$

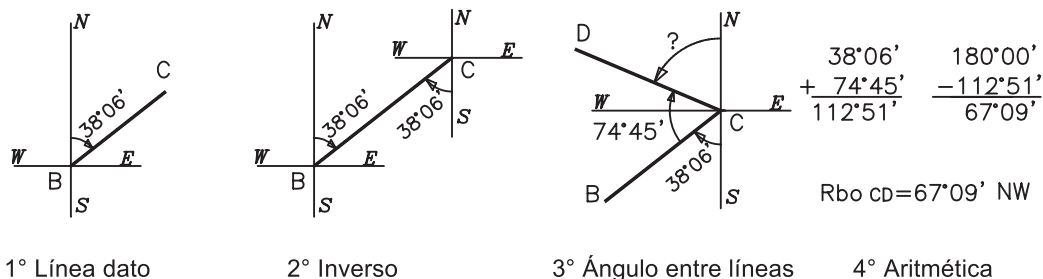
A	70°09'	360°00'	La tolerancia para este trabajo es $T = 1' \sqrt{4} = 1'(2) = 2'$ y como el error también es de dos minutos, quiere decir que estamos dentro de la tolerancia. Así que podemos aumentar un minuto a cada vértice que preceda a los lados mas cortos, en este caso al C y D	Vértice	Ángulos sin compensar	Compen- sación	Ángulos compen.
B	100°06'	-358°58'		A	70°09'		70°09'
C	74°44'	2'		B	100°06'		100°06'
D	114°59'			C	74°44'	+1'	74°45'
	358°58'			D	114°59'	+1'	115°00'
							<u>360°00'</u>

Cálculo de los rumbos de las líneas del polígono cerrado.

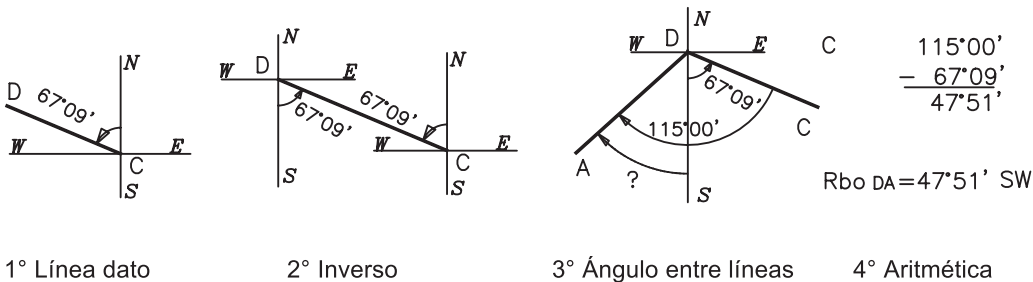
A partir del Rbo AB = $62^{\circ}00'$ SE, se calcula el rumbo de la línea BC, si el ángulo en B = $100^{\circ}06'$. (Fig. siguiente).



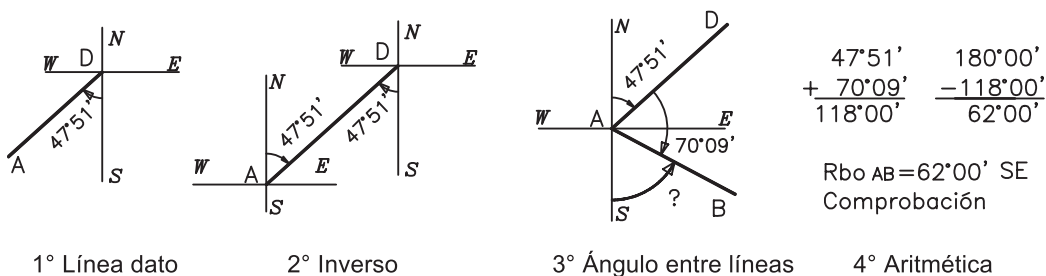
A partir del Rbo BC = $38^{\circ}06'$ NE, se calcula el rumbo de la línea CD, si el ángulo C = $74^{\circ}45'$. (Fig. siguiente).



A partir del Rbo CD = $67^{\circ}09'$ NW, se calcula el rumbo de la línea DA, si el ángulo D = $115^{\circ}00'$. (Fig. siguiente).



A partir del Rbo DA = $47^{\circ}51'$ SW, se calcula el rumbo de la línea AB, si el ángulo A = $70^{\circ}09'$. (Fig. siguiente).

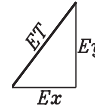


Cálculo de las proyecciones y errores.

Lado		Dist.	Rumbo	Proy. Sin corregir			
				E	W	N	S
A	B	57.69	62°00' SW	50.94			27.08
B	C	51.65	38°06' NE	31.87		40.65	
C	D	50.30	69°09' NW		46.35	19.53	
D	A	49.43	47°51' SW		36.50		33.04
		208.87		82.81	82.85	60.18	60.12
				Ex = 0.04		Ey = 0.06	
				ET = 0.072			

Error total.

El error total será la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son el error en "x", Ex y el error en "y", Ey.



$$ET = \sqrt{Ex^2 + Ey^2}$$

Para el caso del ejemplo

$$ET = \sqrt{0.04^2 + 0.06^2} = \sqrt{0.0052} = 0.072$$

Precisión.

La precisión del trabajo la definimos como la relación que existe del error total (ET) entre el perímetro. Relación que se expresa en forma de fracción teniendo como numerador a la unidad. Por lo que con una regla de tres se puede obtener esta cantidad.

$$Precisión = \frac{ET}{Perímetro} \square \frac{1}{x}$$

Para el caso del ejemplo tenemos que:

$$Precisión = \frac{0.072}{208.87} = \frac{1}{x} = \frac{1}{2900}$$

Si este valor está dentro de la tolerancia que prefijamos antes de iniciar el trabajo, entonces podemos continuar el cálculo, si no es así, debemos rectificar las medidas en el campo.

Cálculo de las correcciones.

Si tuvimos un error, resultado del cálculo de un conjunto de proyecciones, entonces ¿cuánto le toca de corrección a cada proyección?. El tono de esta pregunta prácticamente nos da la pauta para determinar que por una simple regla de tres se hace el cálculo de la corrección. Y ésta se calcula independientemente para cada uno de los ejes, como se muestra a continuación:

$$\frac{Ex}{\sum E + \sum W} = \frac{cx}{\text{Proy } x}$$

$$cx = \frac{Ex}{\sum E + \sum W} (\text{Proy } x)$$

$$\frac{Ey}{\sum N + \sum S} = \frac{cy}{\text{Proy } y}$$

$$cy = \frac{Ey}{\sum N + \sum S} (\text{Proy } y)$$

Los valores de $kx = \frac{Ex}{\sum E + \sum W}$ y $ky = \frac{Ey}{\sum N + \sum S}$ son valores constantes, así que la correcciones estarán dadas por las siguientes fórmulas, para cada uno de los ejes, respectivamente:

$$cx = kx (\text{Proy } x)$$

$$cy = ky (\text{Proy } y)$$

Para el caso del ejemplo tenemos que:

$$k_x = \frac{.004}{82.81 + 82.85} = \frac{0.04}{165.66} = 2.414584 * 10^{-4} \quad k_y = \frac{0.06}{60.18 + 60.12} = \frac{0.06}{120.30} = 4.987531 * 10^{-4}$$

$$cx_{AB} = k_x (50.94) = 0.01 \quad cy_{AB} = k_y (27.08) = 0.01$$

$$cx_{BC} = k_x (31.87) = 0.01 \quad cy_{BC} = k_y (40.65) = 0.02$$

$$cx_{CD} = k_x (46.35) = 0.01 \quad cy_{CD} = k_y (19.53) = 0.01$$

$$cx_{DA} = k_x (36.50) = 0.01 \quad cy_{DA} = k_y (33.04) = 0.02$$

Estas correcciones se aplican sumándolas a las proyecciones si la suma de éstas fue menor, o restándolas a las proyecciones si la suma de éstas fue mayor

Para el caso del ejemplo, las correcciones en "x" se tendrán que sumar a las proyecciones Este que sumaron en total 82.81 y restarlas a las proyecciones Oeste que sumaron en total 82.85.

De igual forma para las correcciones en el eje de las "y", habrá que restar la corrección a las proyecciones Norte que en total sumaron 60.18 y sumarla a las proyecciones Sur que en total sumaron 60.12.

En resumen tendremos la siguiente tabla, incluyendo también el cálculo de las coordenadas:

Compensación de un polígono cerrado y cálculo de las coordenadas de sus vértices																
Lado		Dista	Rumbo	Proy. Sin corregir				Correc		Proy. corregidas				Coordenadas		Pto
				E	W	N	S	cx	cy	E	W	N	S	X	Y	
A	B	57.69	62°00' SW	50.94			27.08	+1	+1	50.95			27.09	100.00	100.00	A
B	C	51.65	38°06' NE	31.87		40.65		+1	-2	31.88		40.63		150.95	72.91	B
C	D	50.30	69°09' NW		46.35	19.53		-1	-1		46.34	19.52		182.83	113.54	C
D	A	49.43	47°51' SW		36.50		33.04	-1	+2		36.49		33.06	136.49	133.06	D
														100.00	100.00	A
		208.87		82.81	82.85	60.18	60.12			82.83	82.83					
				Ex = 0.04		Ey = 0.06										
				ET = 0.072												

$$Precisión = \frac{0.072}{208.87} = \frac{1}{x} \quad \frac{1}{2900} \quad k_x = \frac{0.04}{82.81 + 82.85} = \frac{0.04}{165.66} = 2.414584 * 10^{-4}$$

$$k_y = \frac{0.06}{60.18 + 60.12} = \frac{0.06}{120.30} = 4.987531 * 10^{-4}$$

Debemos utilizar adecuadamente la calculadora de bolsillo, a fin de que solo anotemos aquellos datos que nos son indispensables. Pues en la medida en que anotemos más datos, en esa medida aumentan las probabilidades de transcribir erróneamente uno de ellos.

Cálculo de las coordenadas de los puntos radiados.

Este cálculo es el mismo que hemos venido realizando al obtener las proyecciones de una línea, partiendo de su distancia y ángulo que forma con respecto al eje de las "y". Sin embargo, para recordar esta operación tan sencilla a continuación repetimos los pasos a seguir:

Se calculan los rumbos de las líneas (puede ser por el método de análisis de cuadrantes).

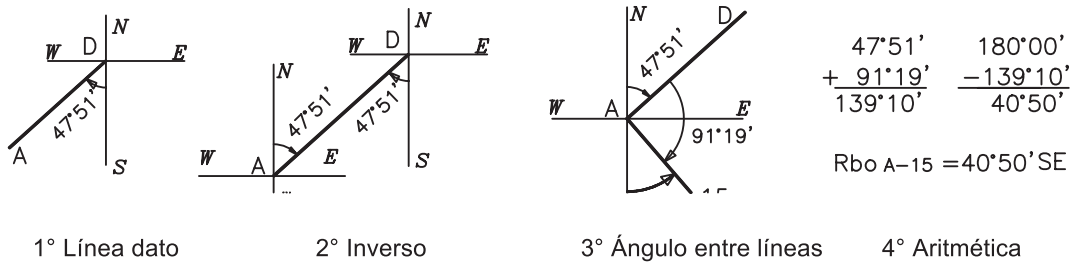
Se calculan las proyecciones de cada línea.

Se obtienen las coordenadas cada nuevo punto, sumando o restando las proyecciones a las coordenadas del punto de apoyo.

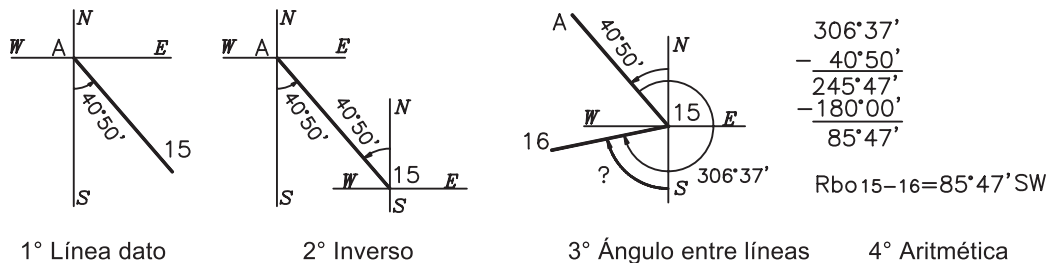
Cálculo de los rumbos de las líneas.

Para insistir en el método (en este caso el de análisis de cuadrantes), nuevamente se repiten los pasos en cada cálculo.

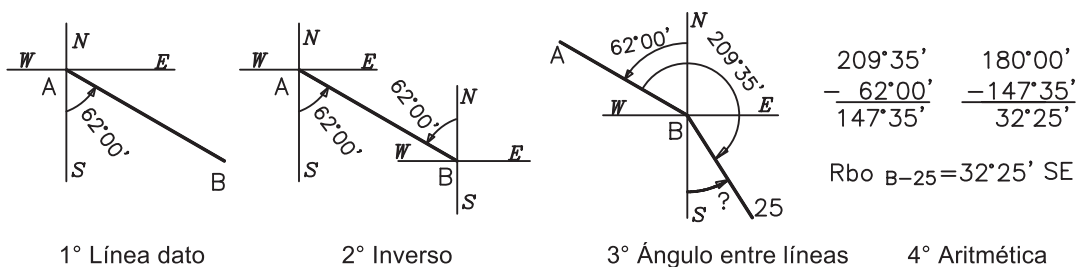
A partir del Rbo DA = 47°51' SW, se calcula el rumbo de la línea A-15, si el ángulo en A = 91°19'. (Fig. sig.).



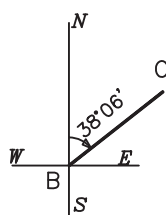
A partir del Rbo A-15 = 40°50' SE, se calcula el rumbo de la línea 15-16, si el ángulo 15 = 306°37'. (Fig. sig.).



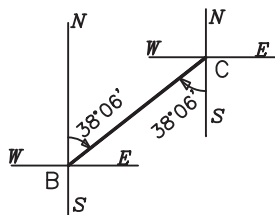
A partir del Rbo A-B = 62°00' SE, se calcula el rumbo de la línea B-25, si el ángulo B = 209°35'. (Fig. sig.).



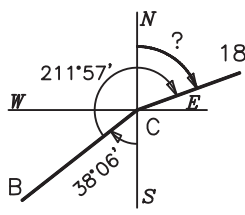
A partir del Rbo B-C = 38°06' NE, se calcula el rumbo de la línea C-18, si el ángulo C = 211°57'. (Fig. sig.).



1° Línea dato



2° Inverso



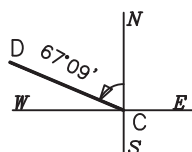
3° Ángulo entre líneas

$$\begin{array}{r} 38^{\circ}06' \\ + 211^{\circ}57' \\ \hline 250^{\circ}03' \\ - 180^{\circ}00' \\ \hline 70^{\circ}03' \end{array}$$

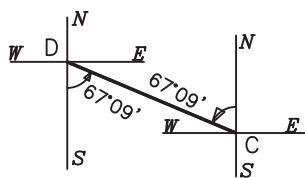
Rbo C-18 = 70°03' NE

4° Aritmética

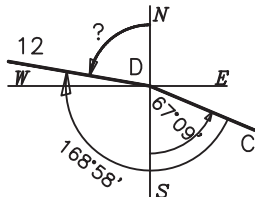
A partir del Rbo C-D = 57°09' NW, se calcula el rumbo de la línea D-12, si el ángulo D = 168°58'. (Fig. sig.).



1° Línea dato



2° Inverso



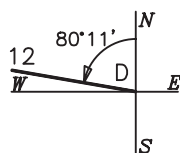
3° Ángulo entre líneas

$$\begin{array}{r} 168^{\circ}58' \\ - 67^{\circ}09' \\ \hline 99^{\circ}49' \end{array} \quad \begin{array}{r} 180^{\circ}00' \\ - 99^{\circ}49' \\ \hline 80^{\circ}11' \end{array}$$

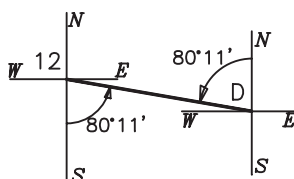
Rbo D-12 = 80°11' NW

4° Aritmética

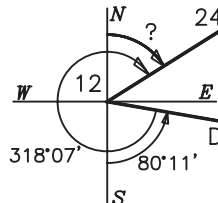
A partir del Rbo D-12 = 80°11' NW, se calcula el rumbo de la línea 12-24, si el ángulo 12 = 318°07'. (Fig. sig.).



1° Línea dato



2° Inverso



3° Ángulo entre líneas

$$\begin{array}{r} 318^{\circ}07' \\ - 80^{\circ}11' \\ \hline 237^{\circ}56' \\ - 180^{\circ}00' \\ \hline 57^{\circ}56' \end{array}$$

Rbo 12-24 = 57°56' NE

4° Aritmética

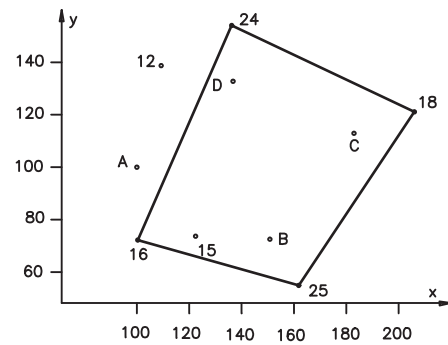
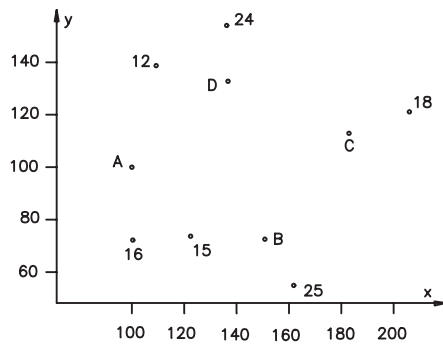
Cálculo de las coordenadas de las radiaciones.

Como ya tenemos calculadas las coordenadas del polígono cerrado, que también se le designa polígono de apoyo por la función que realiza, a partir de esos valores se calculan las de los puntos radiados. No está por demás insistir en que para el cálculo de las radiaciones, por ser todos **polígonos abiertos** NO LLEVAN CORRECCIÓN.

La tabla siguiente muestra sólo los cálculos de las radiaciones, pero se le podrían agregar los del polígono cerrado a fin de tener toda la información en una sola tabla.

Cálculo de las coordenadas de los vértices radiados.															
Lado	Dist	Rumbo	Proy. Sin corregir				Correc		Proy. corregidas				Coordenadas		Pto
			E	W	N	S	cx	cy	E	W	N	S	X	Y	
A	15	34.51	40°30' SE	22.56		26.11							100.00	100.00	A
15	16	22.14	85°47' SW		22.08	1.63							122.56	73.89	15
													100.48	72.26	16
													150.95	72.91	B
B	25	20.78	32°25' SE	11.14		17.54							162.09	55.37	25
													182.83	113.54	C
C	18	24.48	70°03' NE	23.01		8.35							208.14	121.89	18
													136.49	133.06	D
D	12	28.08	80°11' NW		27.67	4.79							108.82	137.85	12
12	24	30.97	57°56' NE	26.24		16.44							135.06	154.29	24

La gráfica de puntos y polígono que nos interesan, resultan como se muestra en las siguientes figuras:



Cálculo de los elementos del polígono.

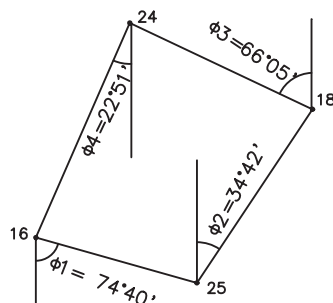
Con las coordenadas de los puntos del polígono que nos interesa ahora podemos calcular sus distancias y rumbos, y con estos últimos, calcular los ángulos que se forman entre las líneas.

Cálculo de distancias y rumbos						
Pto	X	Y	Dif. x	Dif. y	Distancia	Rumbo
16	100.48	72.26				
25	162.09	55.37	61.61	16.89	63.88	74°40' SE
18	208.14	121.89	46.05	66.52	80.90	34°42' NE
24	135.06	154.29	73.08	32.40	79.94	66°05' NW
16	100.48	72.26	34.58	82.03	89.02	22°51' SW

Ángulos interiores.

Con los rumbos calculados se hace el análisis para obtener los ángulos de cada uno de los vértices.

De la figura de la izquierda, se pueden deducir los ángulos que aparecen en la figura de la derecha, conforme las siguientes operaciones.



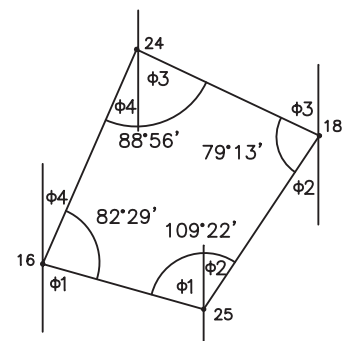
$$<16 = 180 - (\varphi_1 + \varphi_4) = 82^\circ 29'$$

$$<25 = \varphi_1 + \varphi_2 = 109^\circ 22'$$

$$<18 = 180 - (\varphi_2 + \varphi_3) = 79^\circ 13'$$

$$<24 = \varphi_3 + \varphi_4 = 88^\circ 56'$$

$$<16 + <25 + <18 + <24 = 360^\circ \text{ Comprobación}$$



El área se calcula por medio del determinante.

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 100.48 & 72.26 \\ 162.09 & 55.37 \\ 208.14 & 121.89 \\ 135.06 & 154.29 \\ 100.48 & 72.26 \end{vmatrix} = \frac{67194.08 - 55202.86}{2} = \frac{11991.22}{2} = 5995.61 \text{ m}^2$$

Estación total.

Con este instrumento constituido por un teodolito muy preciso en combinación con un distanciómetro y unos dispositivos electrónicos que le posibilitan hacer cálculos y guardarlos, estamos en posibilidad de obtener las coordenadas de todos los puntos que midamos.

Son muchos los modelos, marcas y formas en que cada uno de ellos funcionan, pues para manipularlos es necesario contar con el manual respectivo (como todo aparato electrónico), porque la secuencia para oprimir las teclas correspondientes varía de un modelo a otro. Sin embargo ejemplificaremos su funcionamiento de manera general, con coordenadas de valor entero.

1.- La Estación Total (ET de aquí en adelante), se coloca en el 1er. punto, se centra, se nivela, y se le asignan coordenadas. Puede ser opcional orientar o no en este punto.

•1 (500, 500)

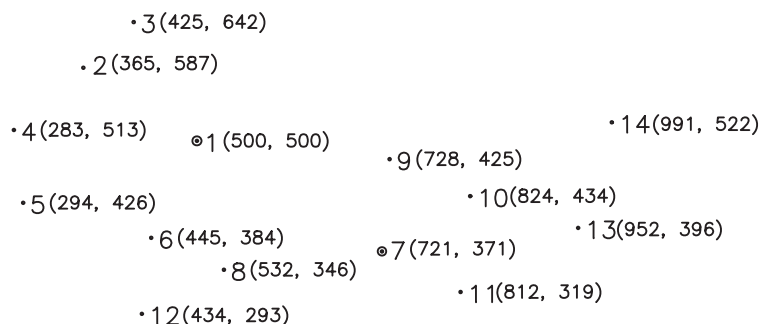
2.- Se observan y miden tantos puntos como sea posible o necesario para el trabajo en cuestión, de los cuales la ET calcula sus coordenadas y las guarda.

•3 (425, 642)
•2 (365, 587)
•4 (283, 513) •1 (500, 500)
•5 (294, 426)
•6 (445, 384) •7 (721, 371)
•8 (532, 346)

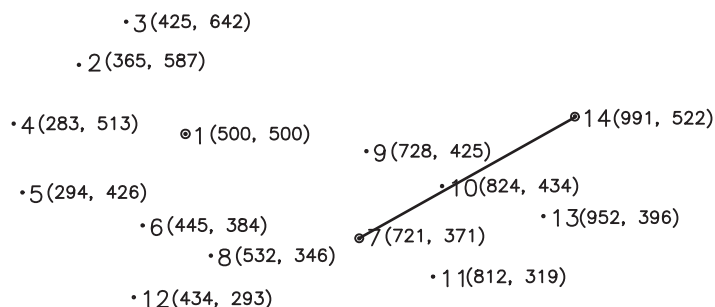
3.- Nos trasladamos a otro punto que ya haya sido medido y desde donde sea conveniente seguir con nuestro trabajo. Centramos, nivelamos y accionamos el menú para indicarle en qué punto nos encontramos (cuyas coordenadas tiene guardadas en la memoria la ET) e inmediatamente observamos el punto donde anteriormente estábamos estacionados, para indicarle al aparato que en esa dirección debe quedar orientado para proseguir con las medidas.

•3 (425, 642)
•2 (365, 587)
•4 (283, 513) •1 (500, 500)
•5 (294, 426)
•6 (445, 384) •7 (721, 371)
•8 (532, 346)

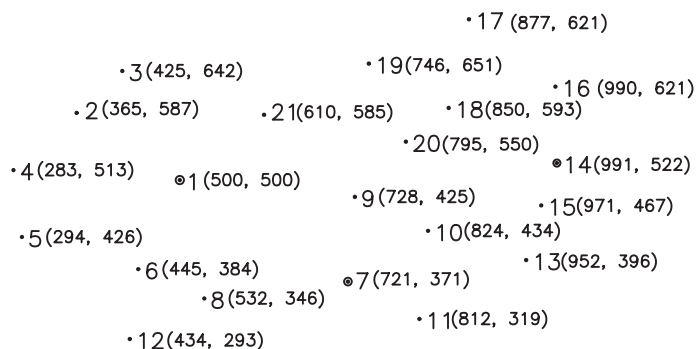
4.- De esta nueva estación se observan y miden tantos puntos como sea posible y necesario, de los cuales la ET calculará y guardará sus coordenadas.



5.- Nos trasladamos a otro de los puntos que ya ha sido medido, centramos, nivelamos. Le indicamos al aparato en qué punto estamos y hacia qué punto lo vamos a orientar.



6.-Desde esta última estación se realizan las medidas a los puntos necesarios y se repite la operación tantas veces como se requiera hasta cubrir la zona que nos interesa.



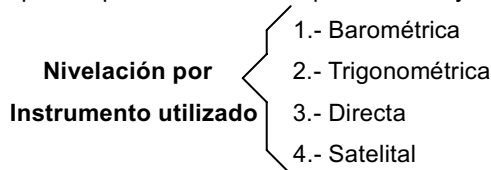
Finalmente en la oficina, por medio de una interfaz, se transmiten los datos de los puntos a una PC en donde con un software CAD se realiza el plano con su información correspondiente.

Lo anterior quiere decir que si contamos con una ET ya no es necesario realizar ninguno de los cálculos que hasta ahora hemos expuesto ni gran parte de los que a continuación veremos.

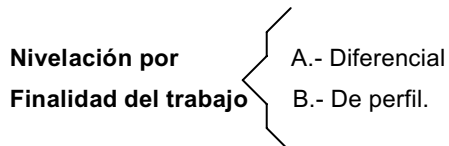
Unidad 7. Altimetría

La nivelación consiste en determinar la diferencia de nivel que existe entre dos o más puntos.

Podemos dividirla por el tipo de instrumento que se utiliza y será:



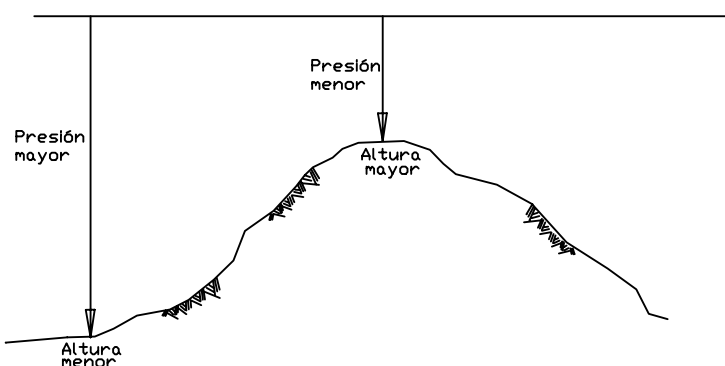
También se puede dividir por la finalidad que el trabajo tenga, así puede ser:



Con cualquiera de las cuatro primeras se puede realizar cualquiera de las segundas.

Nivelación barométrica.

Se le llama de esta manera porque en función de la diferencia de presión atmosférica de dos lugares (medida con un barómetro) se puede determinar la diferencia de nivel que hay entre ellos. Se basa en el principio de que a mayor altura menor presión y que a menor altura mayor presión atmosférica. Como se puede apreciar en el diagrama.



El aparato que se utiliza comúnmente para realizar esta medición se llama **barómetro aneroide**, mejor conocido como **altímetro**. Éste consiste en una caja metálica que contiene vacío y cuya tapa es una membrana sobre la que actúa la presión atmosférica, obligándola a realizar un pequeño movimiento que es transmitido a un conjunto de rodillos que lo amplifican y hacen que gire una manecilla que determina la cantidad de movimiento y la indica sobre una carátula graduada en unidades de presión, metros o pies.

Los métodos satelitales actuales, que utilizan navegadores GPS, aún no han podido superar la precisión que se obtiene con los altímetros, de ahí la importancia de conocerlos y utilizarlos todavía.

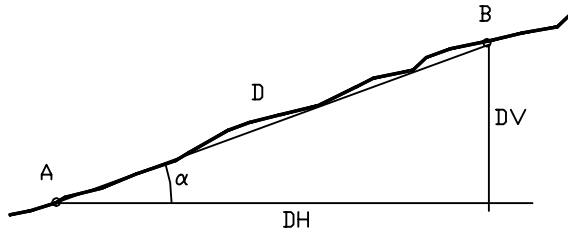
En ese sentido podemos mencionar que de los altímetros más económicos se obtiene una precisión de 20m, otros de mayor precio la aumentan a 5m, aunque los fabricantes aseguran que puede ser hasta de 3m.

Es importante destacar que EL ALTÍMETRO NO MIDE ALTITUDES, SINO DIFERENCIAS DE NIVEL entre los puntos. Para que nos dé el valor de la altitud es necesario calibrarlo antes de iniciar nuestro trabajo. Para ello se localiza un lugar de altitud conocida, se levanta la tapa del estuche de cuero del altímetro y se gira la parte estriada (o tornillo) a fin de hacer coincidir la aguja indicadora con el valor de la graduación y la altitud del lugar. Si después de dejarlo unos cuantos minutos sin movimiento alguno no hay variación en su lectura, se puede cerrar nuevamente el estuche y de ahí en adelante las lecturas del altímetro se corresponderán con las altitudes.

Nivelación trigonométrica.

Como su nombre lo indica, es con base en cálculos trigonométricos como se determinan las diferencias de nivel entre los puntos.

El procedimiento más sencillo consiste en medir la distancia (D) entre dos puntos del terreno y también obtener el ángulo de inclinación que hay entre ellos.



En el diagrama se puede observar que si tenemos la distancia inclinada (D) y el ángulo vertical (α) entonces:

$$Dv = D \operatorname{sen} \alpha$$

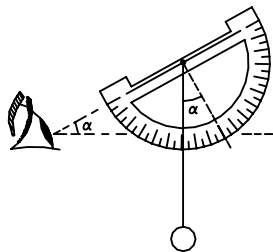
Donde: Dv= Diferencia de nivel o distancia vertical.

D = Distancia inclinada entre los puntos

α = Ángulo de inclinación

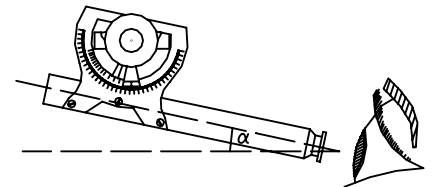
Además podemos calcular DH que es la distancia de AB reducida al horizonte, es decir, la distancia horizontal (Dh)

$$DH = D \cos \alpha$$



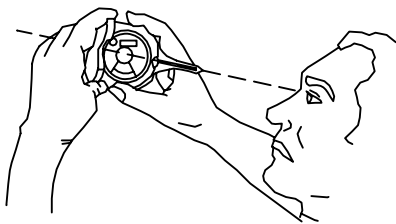
La medición del ángulo vertical α se puede obtener en forma expedita con la ayuda de un transportador común y corriente si a este le colocamos un hilo con un pequeño peso que sirva de plomada.

También se puede utilizar un clisímetro, que es un dispositivo manual provisto de un transportador y un pequeño nivel tubular. El transportador está graduado en porcentajes de pendiente y en grados hacia ambos lados.

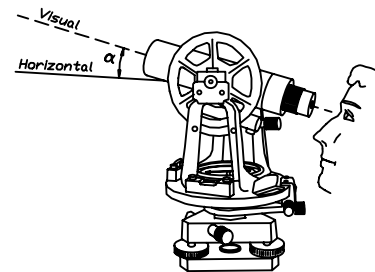


Otras formas de medirlo son:

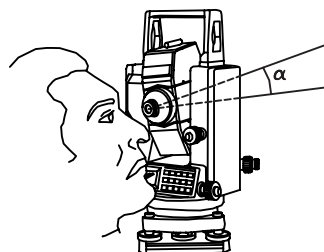
Con la brújula



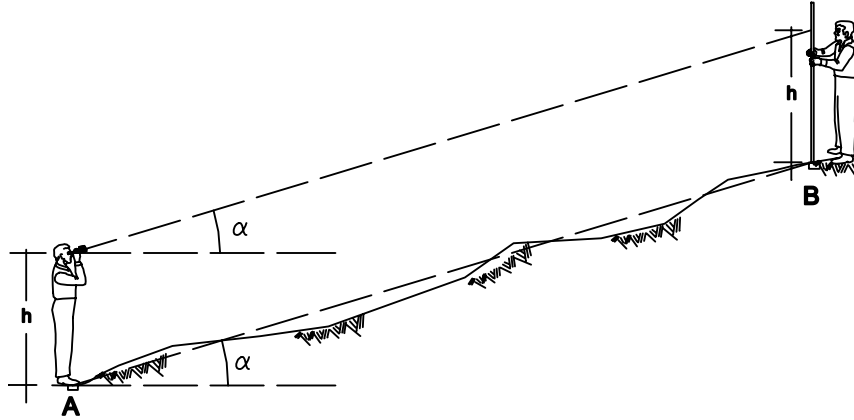
Con el teodolito



Con la estación total



En todos los casos se procede de manera análoga para medir el ángulo vertical.



- 1.- Marcar la altura de los ojos del observador sobre un estadal (o cualquier otro objeto).
- 2.- El portador del objeto marcado se colocará en el punto B.
- 3.- El observador se coloca en el punto A y gira el instrumento o hacia arriba o hacia abajo para hacer coincidir la visual con la marca del estadal.
- 4.- Se fija el dispositivo
- 5.- Se efectúa la lectura del valor angular o de la pendiente (en el caso del clisímetro o brújula).

Si se mide con el transportador, otra persona puede observar el resultado del ángulo, o nosotros sostener el hilo presionándolo con los dedos y luego efectuar la lectura. Si es con la brújula el espejo nos permite realizarla.

Si se utiliza un teodolito, se efectúa la lectura del ángulo α buscando la coincidencia del vernier en el círculo vertical del aparato y si la distancia se obtiene por medio de estadia, entonces se deben utilizar las **Fórmulas de estadia** que son:

$$D = (H_s - H_i) \times 100$$

$$D_v = (D/2) * \operatorname{sen} 2\alpha - i + hm$$

$$D_h = D \cos^2 \alpha$$

Donde:

D = Distancia inclinada

H_s = Lectura sobre el estadal indicada por el hilo superior observado en el telescopio

H_i = Lectura sobre el estadal indicada por el hilo inferior observado en el telescopio

D_v = Distancia vertical entre los dos puntos (diferencia de nivel)

D_h = Distancia horizontal entre los dos puntos

α = Ángulo vertical entre los dos puntos.

i = Altura del instrumento

hm = Lectura del hilo medio sobre el estadal.

Nivelación Satelital.

Como ya se mencionó anteriormente, los dispositivos más económicos que reciben la señal del Sistema de Posicionamiento Global, conocido por sus siglas en inglés **GPS** (Global Positioning System), pueden determinar la altitud pero no tienen la suficiente precisión para realizar nivelaciones de uso topométrico. Sin embargo, el dato de altitud que proporcionan puede ser de mucha utilidad para un conjunto amplio de profesionistas en particular y de usuarios en general que no requieren resultados con la precisión de la topometría. Ejemplo de estos profesionistas son los biólogos cuando desean conocer la altitud aproximada en que se encuentran determinadas especies vegetales o animales; los agrónomos, en el caso de ubicación de parcelas o cultivos. También los deportistas utilizan los navegadores GPS, cuando se desplazan de un lugar a otro. Actualmente se utiliza esta tecnología con fines de localización, control y seguridad de vehículos sobre todo de carga y autotransporte.

Podemos decir en términos generales que la altitud proporcionada por un navegador GPS puede tener una precisión de 50 m y ello se debe a que el cálculo que realiza el satélite se hace tomando como base el **elipsoide**, que es una figura geométrica, y no el **geoide**, que es una figura idealizada de la tierra pero no tiene geometría definida. La diferencia entre uno y otro no es la misma en todos los lugares del mundo, solo en pocos lugares tienen coincidencia.

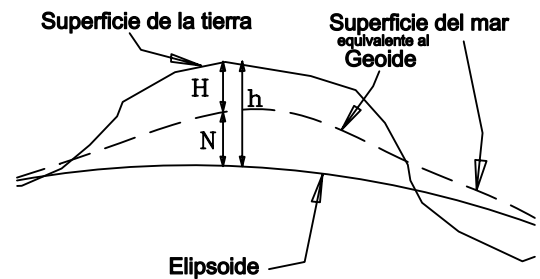
A groso modo los datos que proporciona el navegador nos sirven para realizar el perfil, pues con las coordenadas UTM podemos calcular las distancias entre puntos.

En el diagrama

H = Altura ortométrica (lo que conocemos como altitud)

h = Altura elipsoidal

N = Altura geoidal (Diferencia entre geoide y elipsoide)



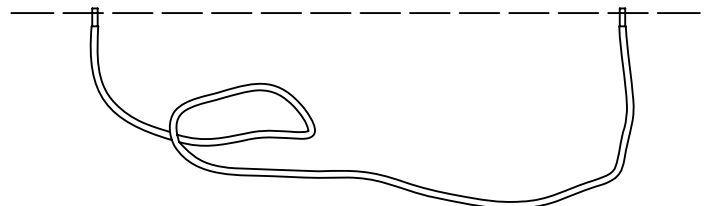
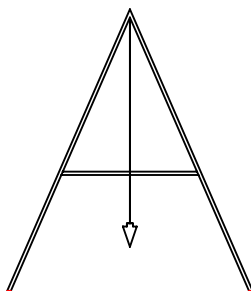
Nivelación directa

Como su nombre lo indica, se obtiene midiendo directamente el desnivel en el terreno y para ello se utiliza un nivel.

Los niveles fijos pueden ser de varios tipos.

- 1.- Rudimentarios
- 2.- Ópticos
- 3.- Laser.

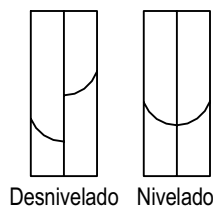
Los **niveles rudimentarios** también llamados de albañil por ser éstos quienes más utilizan algunos de estos son muy variados. Tenemos el de plomada, el de regla, el de manguera, el de hilo, el de caballete.



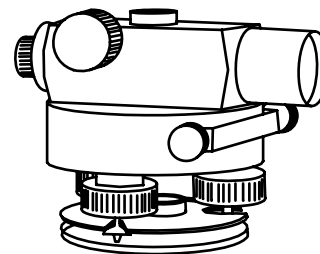
Los **niveles ópticos** han sido utilizados tradicionalmente para los trabajos de ingeniería y consisten básicamente en un telescopio que tiene acondicionado un dispositivo para nivelar.

En todos estos niveles el poder amplificador es mayor que el del teodolito ya que es necesario realizar mediciones al milímetro desde distancias de varias decenas de metros.

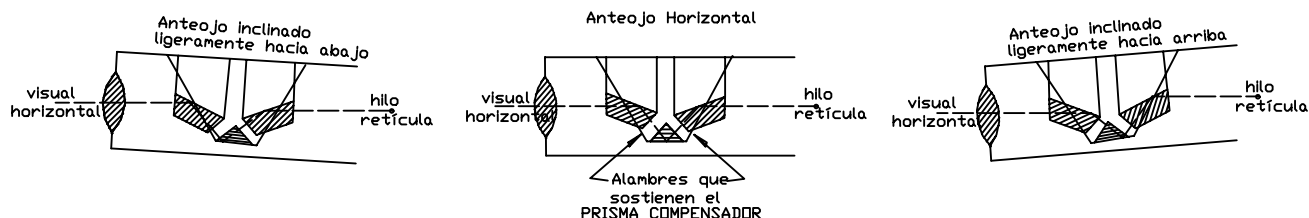
De los dispositivos para nivelar el más común es el de nivel tubular que es paralelo al tubo del telescopio



Algunos de ellos tienen un aditamento que consiste en un juego de espejos con los cuales se pueden observar a la vez los dos extremos de la burbuja del nivel y con un tornillo muy sensible se hacen coincidir ambos extremos (como se indica en la figura) para tener la certeza de que el aparato está perfectamente nivelado. A las dos mitades de la burbuja se acostumbra llamarlas meniscos y a estos niveles se les llama basculantes.

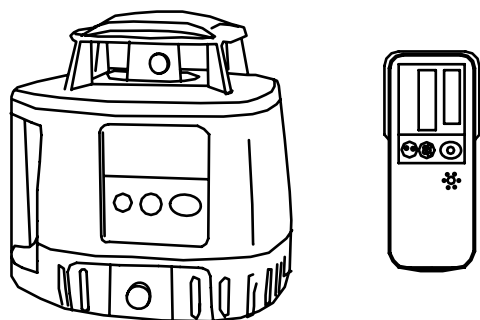


Dentro de los aparatos ópticos también tenemos los llamados autonivelantes o automáticos, que tienen en el interior del tubo del telescopio un mecanismo formado por tres prismas de los cuales uno de ellos colocado en medio de los otros dos hace las veces de péndulo que por su forma permite que el rayo visual mantenga la horizontabilidad aún cuando el telescopio tenga una pequeña inclinación. Este aparato tiene un nivel circular y basta con que su burbuja sea colocada dentro de la marca circular para que el dispositivo de prismas se ponga en funcionamiento.



Niveles laser.

Consiste en un dispositivo que emite un rayo laser en forma horizontal (algunos se les puede colocar a una inclinación determinada), el cual al girar genera un plano horizontal alrededor de él, de forma que uno o varios receptores ubicados en la zona pueden recibir la señal emitida. Este mecanismo es muy utilizado para la colocación de plafones y extremadamente útil, para la nivelación de tierras porque prácticamente se puede trabajar 24 horas al día.



Cualquiera de los niveles mencionados: rudimentarios, ópticos o laser, pueden utilizarse para realizar las nivelaciones de tipo diferencial o de perfil.

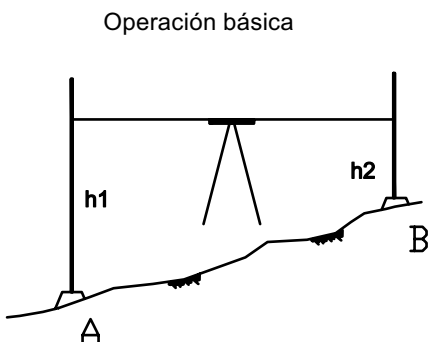
Nivelación diferencial

Su objetivo es establecer la diferencia de nivel que existe entre dos puntos que generalmente son Bancos de Nivel.

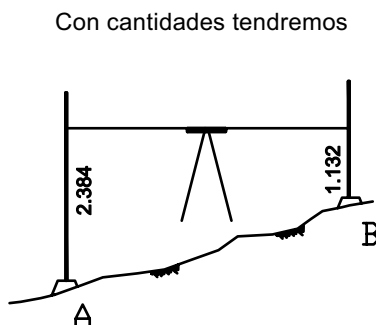
Un Banco de Nivel es un lugar fijo, único y específico, determinado para establecer el control vertical de un trabajo. La mayor de las veces se trata de una mojonera que tiene en su parte superior un fragmento de varilla para que la cota asignada a ese punto sea única e invariable.

Operación Básica

Llamaremos así a la medición simple y directa del desnivel entre dos puntos. El diagrama lo muestra en forma general.



$$\text{Desnivel AB} = h1 - h2$$



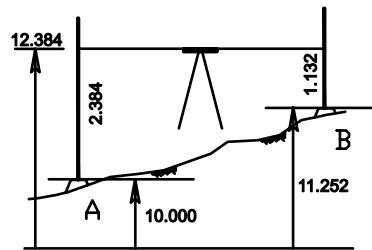
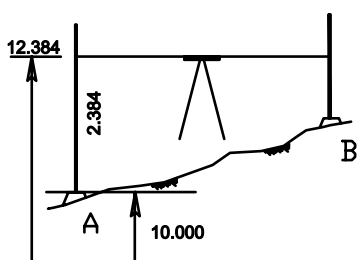
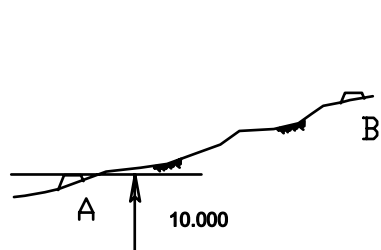
$$\begin{aligned} \text{Desnivel AB} &= 2.384 - 1.132 \\ &= 1.252 \text{ m} \end{aligned}$$

Con cotas tendremos

Si asignamos una cota arbitraria
Al punto A, por ejemplo 10.0 m

Entonces la cota de la
altura del aparato será 12.384 m

Así la cota del punto B será
 $12.384 - 1.132 = 11.252 \text{ m}$



Registro de campo

PO	+	π	-	Cota
A	2.384			
B			1.132	

Cálculo de cotas

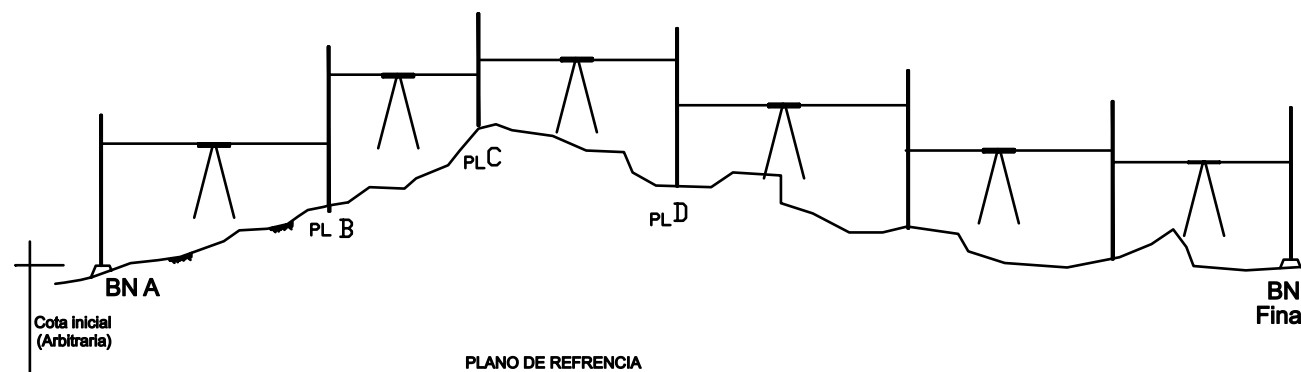
PO	+	π	-	Cota
A	2.384	12.384		10.000
B			1.132	11.252

Como el desnivel entre los puntos es la diferencia de sus cotas

$$\text{Desnivel AB} = 11.352 - 10.000 = 1.252 \text{ m}$$

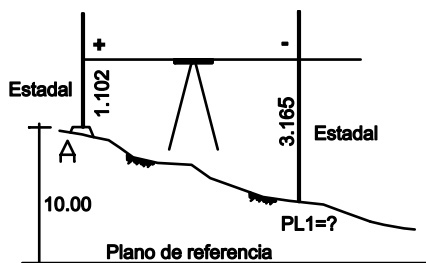
Se explica la operación básica con todo detalle porque en trabajos de mayor extensión, ésta se tiene que repetir tantas veces como sea necesario hasta abarcar la longitud deseada.

Tal es el caso cuando dos bancos de nivel están alejados y el desnivel no se puede obtener con una sola puesta de aparato. Entonces el punto B se convierte en un Punto de Liga (PL) entre una y otra operación básica. Y así tantas veces como sea necesario se repite la operación hasta llegar a nuestro banco de nivel final. Es decir, una vez que se ha calculado la cota de B, a partir de ésta se calcula la cota de C, y a partir de ésta se calcula la cota de D y así sucesivamente hasta llegar al punto final.



Paso a paso lo vemos en la siguiente nivelación diferencial que se realizó entre los BNA y BNB, con el registro de campo que se indica:

PO	+	∩	-	Cotas
BNA	1.102			10.000
PL1	0.714		3.165	
PL2	1.321		2.816	
BNB			1.916	

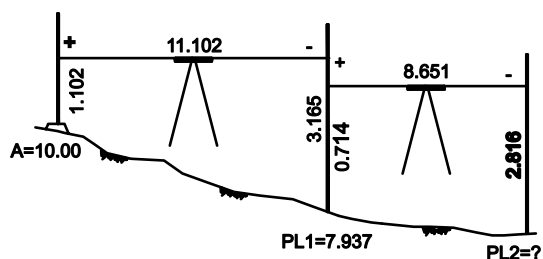


Desarrollo: Si construimos un diagrama para que veamos en forma esquemática las operaciones que tenemos que realizar, tendremos:

Cuando observamos al punto A obtuvimos una lectura de 1.102 y, cuando observamos al PL1, la lectura fue mayor, 3.165. Esto quiere decir que el PL1 está más abajo del punto A

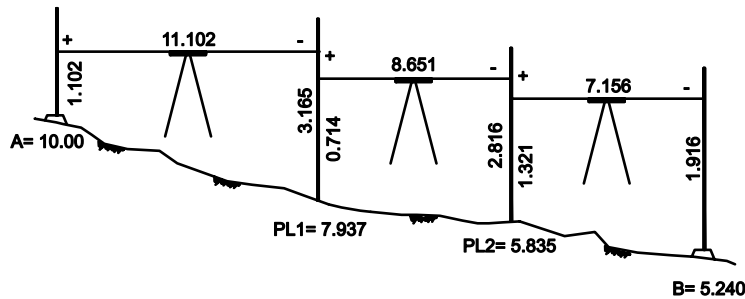
Como se puede observar en el diagrama, para obtener la cota de la altura del aparato tendremos que sumar la cantidad de 1.102 a la cota de A (10.00), y a partir de esta restarle la que hicimos al PL1.

$$\begin{array}{r}
 10.000 \quad 11.102 \\
 + 1.102 \quad - 3.165 \\
 \hline
 11.102 \quad 7.937
 \end{array}$$



Si repetimos la operación para la siguiente puesta de aparato, tendremos que la nueva lectura realizada al PL1 fue de 0.714 y la del PL2 fue 2.816. Entonces

$$\begin{array}{r}
 7.937 \quad 8.651 \\
 + 0.714 \quad - 2.816 \\
 \hline
 8.651 \quad 5.835
 \end{array}$$



Finalmente tendremos que la nueva lectura al PL2 fue de 1.321 y la del punto B = 1.916 entonces:

$$\begin{array}{r} 5.835 \\ - 1.321 \\ \hline 7.156 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7.156 \\ - 1.916 \\ \hline 5.240 \end{array}$$

Si ya dominamos este planteamiento, podemos resolver directamente el cálculo en la tabla.

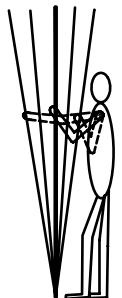
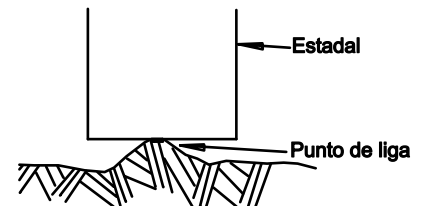
PO	+	π	-	Cotas
A	1.102	11.102		10.000
PL1	0.714	8.651	3.165	7.937
PL2	1.321	7.156	2.816	5.835
			1.916	5.240

$$\text{Por lo tanto el desnivel entre A y B} = \begin{array}{r} 10.000 \\ - 5.240 \\ \hline 4.760 \end{array}$$

Una forma rápida de comprobar la nivelación diferencial es efectuar la suma de todas las lecturas positivas y la suma de todas las negativas. La diferencia entre estas dos, deber ser igual al desnivel.

$$\begin{array}{r} \Sigma + = 3.137 \\ \Sigma - = 7.897 \\ \hline 3.137 \\ - 7.897 \\ \hline - 4.760 \end{array}$$

Como se observa en los diagramas, en los puntos de liga (PL's) se requiere hacer la lectura al estadal desde una primer puesta de aparato y posteriormente desde la siguiente, lo cual obliga a tener que girarlo. Para tal efecto es necesario ubicarlos en una pequeña protuberancia del terreno a fin de que al realizar el movimiento la altura no cambie.



Cuando realicemos las lecturas sobre el estadal, éste debe estar perfectamente vertical. Sin embargo, en la práctica es muy difícil ubicarlo exactamente "a plomo", a menos que esté provisto de una niveleta, por lo que se recurre al artificio de "bombear" el estadal, que significa moverlo ligera y lentamente hacia delante y hacia atrás de la vertical. Así el observador tendrá que tomar la lectura de menor cantidad porque en ese momento el estadal estará pasando por la posición vertical.

A fin de evitar errores por un pequeño desajuste en el instrumento, aún cuando la burbuja del nivel esté en su marca central, éste debe ubicarse lo más centrado posible entre los estadales, cuya distancia entre ellos no podrá exceder de 140 m (distancia llamada golpe de estadal). Es decir, la distancia máxima que podrá haber entre el aparato y uno de los estadales (PL's), será de 70 m.

Comprobación de la nivelación diferencial

Para comprobar el resultado de una nivelación diferencial, solo se puede hacer con otra nivelación, por lo que se acostumbra hacerla de "ida y vuelta". Y como habrá una diferencia entre las dos, ésta deberá quedar debajo de la tolerancia $T = 1\text{cm}\sqrt{K}$ donde k es el número total de kilómetros recorridos tanto en un sentido como en el otro. La diferencia se distribuye proporcionalmente en los puntos de liga en función de las distancias que haya entre ellos.

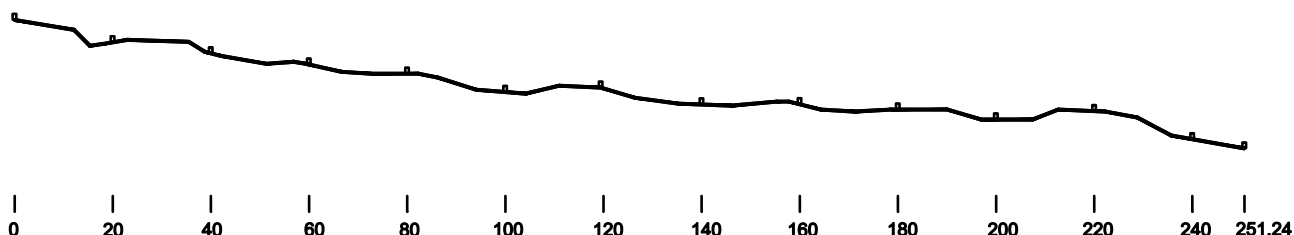
Hay dos tipos de nivelación que se realizan para cerciorarse que no exista un error en las lecturas del estadal en cada una de las posiciones del aparato.

Al primero se le llama **dobles puestas de estadal** y consiste, como su nombre lo indica, en realizar la lectura de dos PL's hacia atrás y dos PL's hacia adelante, cada vez que se coloca el aparato.

El segundo método se le llama **dobles puestas de aparato**, que a diferencia del anterior, es precisamente el aparato el que se mueve ligeramente de lugar, a fin de realizar dos lecturas sobre los estadales colocados en los PL's.

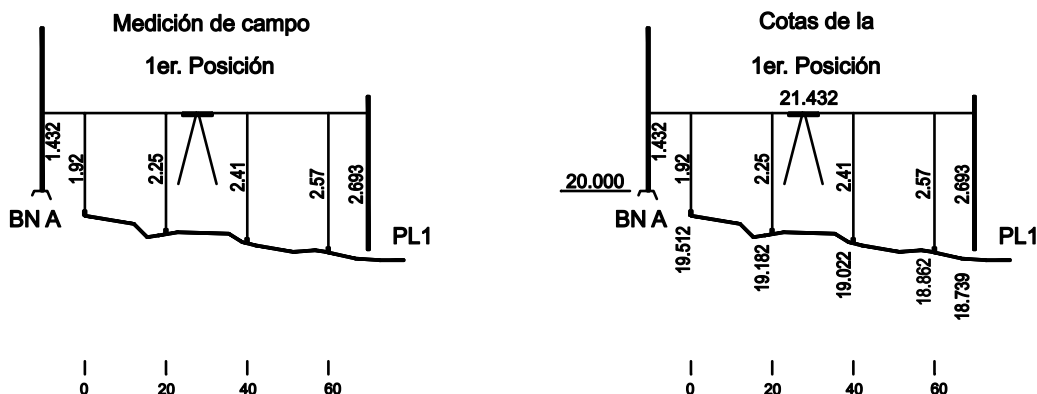
Nivelación de perfil

La nivelación de perfil consiste en obtener datos en el campo mediante los cuales podamos construir la gráfica del perfil del terreno a lo largo de una trayectoria prefijada. Generalmente se procede a ubicar un conjunto de puntos sobre el trazo establecido a distancias fijas. Es decir, la equidistancia entre punto y punto puede ser 5, 10, 20, 25 ó 50m. En el caso de los trabajos para carreteras se utiliza la distancia de 20 m y se le llama “estación” (6 estaciones serán 120 m). Como los desarrollos son de distancias muy largas, por convención se acostumbra en la anotación separar el número de kilómetros de los metros con un signo +. Por ejemplo para un cadenamiento de 5386.25 m se escribirá 5+386.25.

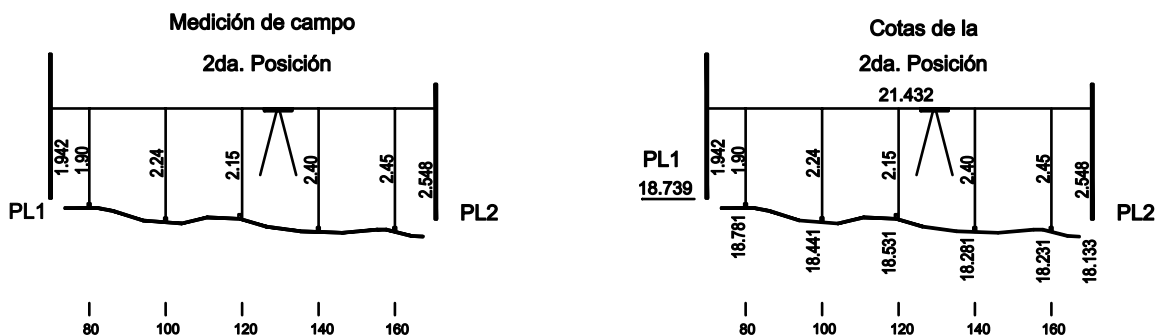


La nivelación de perfil se apoya en una nivelación diferencial cuyos bancos de nivel y puntos de liga siempre es conveniente se localicen fuera de la trayectoria del perfil.

En el ejemplo del diagrama se puede observar que si asignamos el BNA una cota de 20.000m entonces la cota de la altura del aparato será 21.432. De este valor habrá que restarle las medidas que hayamos hecho en los puntos 0, 20, 40, 60 y PL1 para obtener sus cotas respectivas que serán, 19.512, 19.182, 19.022, 18.862, y finalmente 18.739, para el PL1.

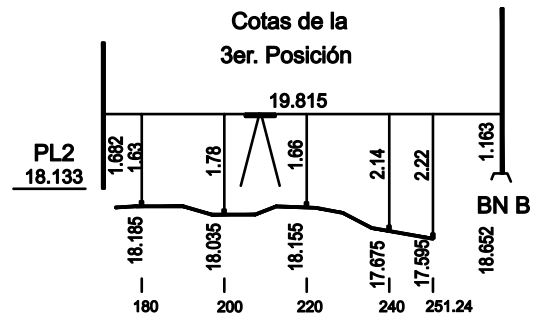
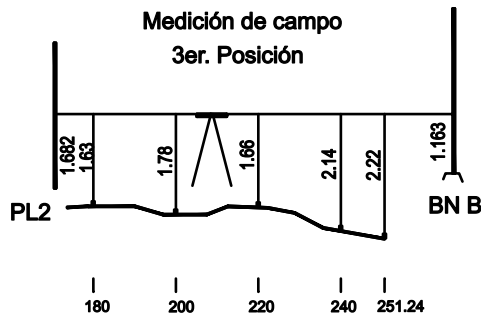


En la segunda posición nuestro dato de partida será la cota del PL1, (18.739), por lo que sumados los 1.942 que observamos nos dará una cota de altura de aparato de 20.681, de la que tenemos que restar las medidas que hayamos hecho a los puntos 80, 100, 120, 140, 160 y PL2, dando por resultado para cada uno, 18.781, 18.441, 18.531, 18.281, 18.231, y finalmente 18.133, para el PL2.

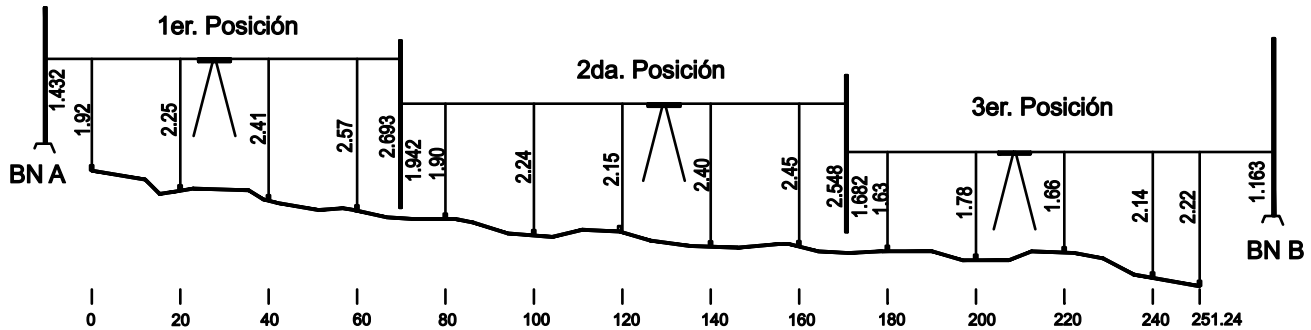


Ahora en la tercer posición nuestro punto de partida será la cota del PL2, y así sucesivamente hasta llegar al último punto del trazo (que siempre será una cantidad fraccionaria) y cerrar en el banco de nivel final.

3er. Posición.



El diagrama completo de los datos de campo con sus respectivas posiciones sería el siguiente, donde se observa que las lecturas en los cadenamamientos son al centímetro y en los puntos de liga son al milímetro, puesto que en estos se lleva el control preciso de la nivelación.



El registro de campo correspondiente y sus respectivos cálculos serían los siguientes.

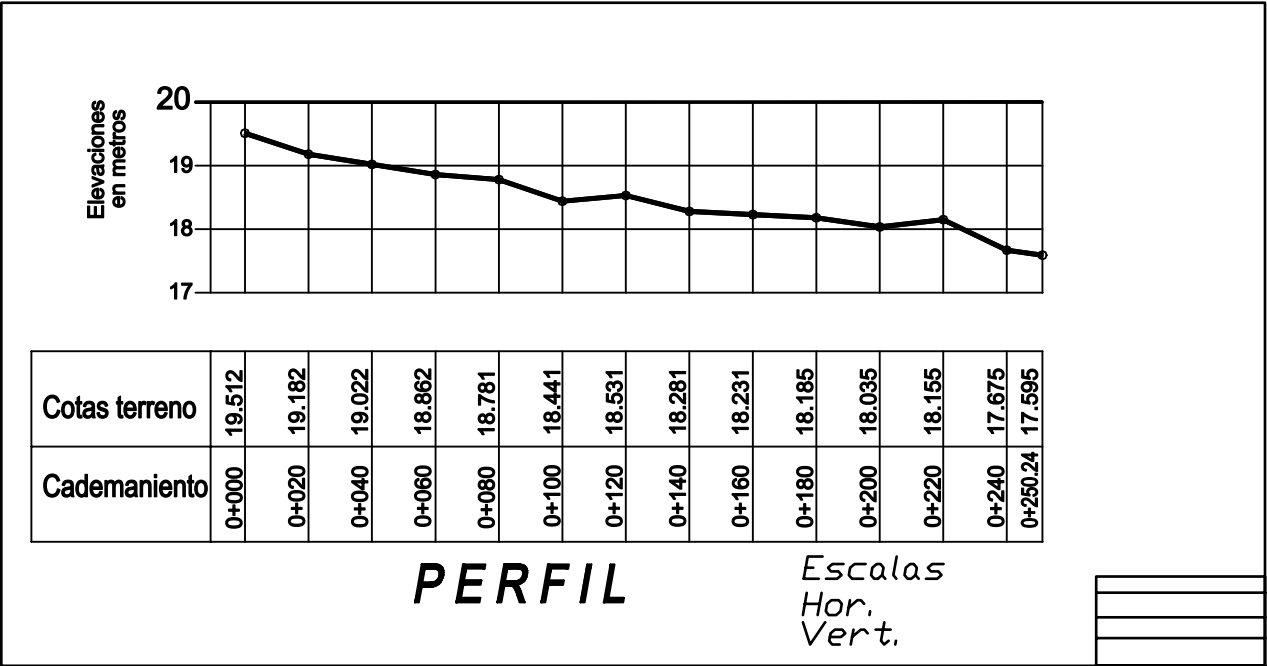
Registro de campo

Cálculo de datos

P.O.	+	$\bar{\pi}$	-	Cota
BNA	1.432			
0+000			1.92	
0+020			2.25	
0+040			2.41	
0+060			2.57	
PL1	1.942	2.693		
0+080			1.90	
0+100			2.24	
0+120			2.15	
0+140			2.40	
0+160			2.45	
PL2	1.682	2.548		
0+180			1.63	
0+200			1.78	
0+220			1.66	
0+240			2.14	
0+251.24			2.22	
BNB			1.163	

P.O.	+	$\bar{\pi}$	-	Cota
BNA	1.432	21.432		20.000
0+000			1.92	19.512
0+020			2.25	19.182
0+040			2.41	19.022
0+060			2.57	18.862
PL1	1.942	20.681	2.693	18.739
0+080			1.90	18.781
0+100			2.24	18.441
0+120			2.15	18.531
0+140			2.40	18.281
0+160			2.45	18.231
PL2	1.682	19.815	2.548	18.133
0+180			1.63	18.185
0+200			1.78	18.035
0+220			1.66	18.155
0+240			2.14	17.675
0+251.24			2.22	17.595
BNB			1.163	18.652

Finalmente con los datos de la tabla (cadenamiento y cotas), se construye el plano, cuyos elementos fundamentales y formato es de la siguiente manera.



Unidad 8. Planialtimetría (Configuración)

Llamaremos así al conjunto de métodos de campo y gabinete mediante los cuales podremos construir un plano que contenga la representación del terreno en sus tres dimensiones, (x, y, z) donde z, o altura, quedará representada por las curvas de nivel.

Los métodos pueden tener procedencia aérea o terrestre.

El de procedencia aérea utiliza las fotografías o imágenes tomadas desde el espacio (avión o satélite), de las cuales mediante el proceso llamado restitución fotogramétrica se pueden obtener las curvas de nivel.

El método fotogramétrico utiliza el principio de la estereoscopia, que es el que da la sensación de profundidad de un objeto al ser observado simultáneamente desde dos puntos diferentes. Es decir, sin darnos cuenta estamos observando al mismo tiempo una parte diferente de él con cada uno de nuestros ojos. Esta visual es la que, trasportada al cerebro, nos da la sensación de profundidad o de la tercera dimensión que el objeto tiene.

Algo similar sucede con las imágenes tomadas desde dos lugares diferentes a un mismo objeto o zona

Este método es el utilizado para obtener la configuración de grandes extensiones de terreno, dando como resultado Cartas Topográficas de una Región o Estado, de un país o un Continente, etc.

El caso más común que conocemos son las cartas elaboradas por INEGI, que trabaja con escalas 1/10,000; para zonas urbanas de relevancia económica, escalas de 1/20,000, 1/50,000, 1/250,000. También recientemente ha puesto en su página de INTERNET un Mapa Digital de México, que contiene datos geográficos, geoestadísticos, del relieve (entre ellos curvas de nivel), y datos básicos sobre recursos naturales entre otros.

De igual forma existen páginas que dan imágenes o datos de prácticamente cualquier parte del mundo.

Métodos Terrestres

Fundamentalmente son tres los métodos que se utilizan:

a).- Configuración por cuadrícula.- Como su nombre lo indica, es a partir de las coordenadas x, y, z de los puntos que conforman una cuadrícula, mediante los cuales podemos obtener las curvas de nivel. Se utilizan estos trabajos para proyectar zonas de riego o nivelación de terrenos. Es tan preciso como lo sea la densidad de la cuadrícula que escojamos. Para obtener los datos de campo se utiliza nivel fijo y estatal en la determinación de las cotas y la cuadrícula es trazada con tránsito y cinta.

b).- Configuración por puntos aislados.- Es el más general, aunque no es un método muy preciso, nos da una idea bastante aproximada del comportamiento del terreno. Con los planos elaborados por este método podemos calcular volúmenes, desarrollar proyectos de desplante de casas habitación, vialidades de los fraccionamientos, proyecto de represas, etc.

Los datos de campo se obtienen por medio de radiaciones (distancia, ángulo horizontal, ángulo vertical).

c).- Método de secciones transversales.- Utilizado para anteproyecto, proyecto y cuantificación de obras que generalmente tienen desarrollos longitudinales de varias centenas de metros (como es el caso de pequeños canales), o bien de muchos kilómetros cuando se trata de obras de gran envergadura, como caminos, carreteras, vías de ferrocarril, líneas de conducción eléctrica, oleoductos, gasoductos, etc.

Configuración por cuadrícula

Este método se utiliza para realizar planos y trabajos de terrenos en donde se requiere hacer una “nivelación de tierras” Como su nombre lo indica, se trata de hacer una cuadrícula con trazos que tengan la misma equisitancia y que a la vez sean paralelos. Cada trazo tiene que ser nivelado y debe tener en común un Banco de nivel con los demás trazos, así todas las cotas se corresponderán. Generalmente se hace con nivel fijo y la equidistancia (lado de los cuadros) puede ser de 5, 10, 20, 25 ó 50 m, dependiendo del terreno y la finalidad del trabajo.

Por sus características este método se ejecuta en zonas donde el terreno es sensiblemente plano o con pendientes moderadas y que no tengan ríos o barrancas de consideración, pues entonces el método no las registraría, alterando el resultado final de la nivelación de tierras; si esto fuera así, se tendrían que obtener las cotas de los puntos relevantes de los cauces que existan dentro del terreno ubicándolas sobre cada uno de los trazos en el cadenamiento fraccionario correspondiente.

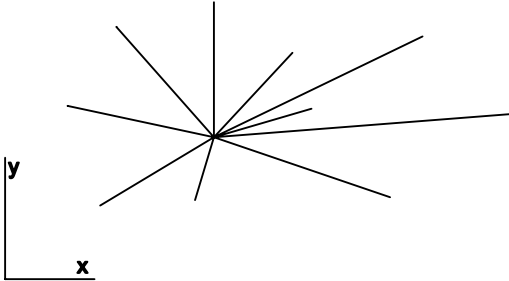
19-58	22-45	22-95	23-16
18-24	21-56	23-16	20-56
16-15	19-65	20-17	18-36
15-48	17-21	19-78	17-53

Configuración por puntos aislados

Debemos obtener mediciones en el campo de un conjunto de puntos localizados en lugares estratégicos del terreno, donde exista un cambio brusco de pendiente, o bien donde haya un punto relevante de una construcción, como una esquina, un quiebre en el alineamiento, etc.

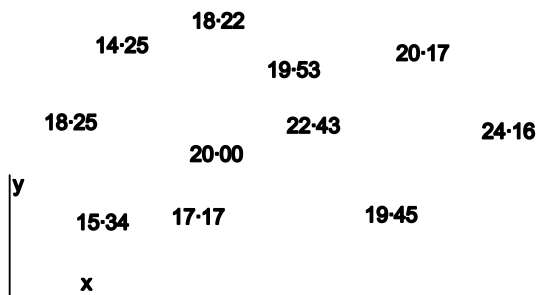
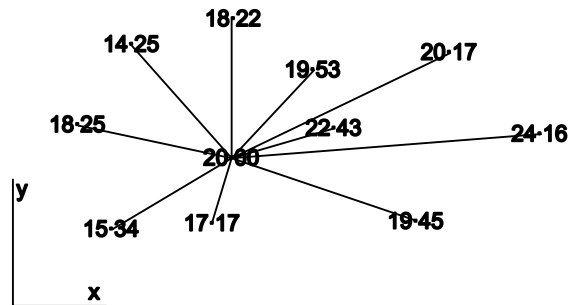
Los datos son tomados a partir de un punto llamado estación que es donde se coloca el aparato y se registra en forma ordenada de cada uno de los Puntos Visados los siguientes datos: la distancia, el ángulo horizontal y ángulo vertical. (En el caso de levantamientos estadimétricos serán las lecturas que indiquen el Hilo superior y el Hilo inferior).

Con el ángulo horizontal y la distancia horizontal calculada, podemos ubicar gráficamente, a una escala conveniente, la posición relativa de los puntos en un plano xy.



Para representar la coordenada Z debemos tener en cuenta que en cada una de las líneas formadas entre la estación y el punto respectivo existe una diferencia de nivel **dv**, que puede ser hacia arriba (+), o hacia abajo (-), por lo que si le asignamos una cota arbitraria a la estación, entonces podremos tener las cotas de los demás puntos simplemente sumando o restando la **dv**, según sea el caso para cada punto.

Supongamos que ya hicimos el cálculo correspondiente de algunos datos de campo, entonces los resultados quedarían ubicados de la siguiente manera.



Y si retiramos las líneas que nos auxiliaron en la ubicación de los puntos tendremos un plano donde podemos apreciar el comportamiento del terreno.

Este es el resultado que nos presenta la Estación total, una vez que los datos fueron transmitidos electrónicamente a una PC en un software CAD adecuado. Por eso en el campo ya no es necesario anotar ningún dato, o hacer algún cálculo como los que

expondremos en los ejemplos siguientes. La posición (x, y, z) de cada punto se puede consultar directamente en la PC y, obvio es, también el dibujo ahí se realiza.

Sin embargo para que se entienda cuál es la base de cálculos que realiza la ET, a continuación veremos un ejemplo de los cálculos que tradicionalmente se han hecho.

Ejemplo:

Obtener las cotas de los puntos a partir del siguiente registro de campo, utilizando para ello el cálculo tradicional con las fórmulas de estadia. Dibujar (lápiz y papel), a escala 1:1000 y asignar una cota de 20.000 m a la estación A. Considerar $i=1.43$ m, y $Hm = 1.43$ m, excepto en los casos indicados.

Registro de campo

Est.	P.V.	$\angle$	φ	Hs.	Hi.	Notas.
A	1	62°24'	+1°39'	1.243	1.617	
	2	81°17'	+ 0°07'	1.148	1.712	
	3	83°42'	- 1°11'	0.978	1.882	
	4	91°25'	- 3°07'	1.269	1.591	
	5	111°18'	- 2°01'	1.604	2.396	Hm=2.00
	6	129°43'	- 2°43'	1.130	1.730	
	7	146°11'	- 3°43'	1.054	1.806	
	8	151°10'	- 5°38'	1.259	1.601	
	9	167°18'	- 4°27'	1.144	1.716	
	10	189°18'	- 3°53'	2.168	2.832	Hm=2.50
	11	242°31'	+ 1°32'	1.319	1.541	
	12	339°12'	+ 5°05'	1.349	1.511	

Como dan Hs y Hi, quiere decir que se trata de un levantamiento estadimétrico y son las fórmulas de estadia las que tenemos que aplicar.

Fórmulas de estadia

$$D = (Hs - Hi) * 100$$

$$Dh = D * \cos^2 \varphi$$

$$Dv = \frac{D}{2} * \sin(2\varphi) + i - Hm$$

El resultado que obtendremos será el siguiente:

Est.	P.V.	$\angle$	φ	Hs.	Hi.	D	Dh	Dv
A	1	62°24'	+ 1°39'	1.243	1.617	37.4	37.37	+ 1.08
	2	81°17'	+ 0°07'	1.148	1.712	56.4	56.40	+ 0.11
	3	83°42'	- 1°11'	0.978	1.882	90.4	90.36	- 1.87
	4	91°25'	- 3°07'	1.269	1.591	32.2	32.10	- 1.75
	5	111°18'	- 2°01'	1.604	2.396	79.2	79.10	- 3.35
	6	129°43'	- 2°43'	1.130	1.730	60.0	59.87	- 2.84
	7	146°11'	- 3°43'	1.054	1.806	75.2	74.88	- 4.86
	8	151°10'	- 5°38'	1.259	1.601	34.2	33.87	- 3.34
	9	167°18'	- 4°27'	1.144	1.716	57.2	56.86	- 4.42
	10	189°18'	- 3°53'	2.168	2.832	66.4	66.10	- 5.56
	11	242°31'	+1°32'	1.319	1.541	22.2	22.18	+ 0.59
	12	339°12'	+ 5°05'	1.349	1.511	16.2	16.07	+ 1.43

Para todos los puntos, con excepción del 5 y el 10, la altura del aparato ($i = 1.43$) tenía el mismo valor que la $H_m = 1.43$ observada en el estatal, puesto que en la columna de notas no se nos indica otra cosa, y por ser iguales y de signo contrario se anulan.

Sin embargo para el caso del punto 5 y el punto 10, el cálculo de dv tendrá que ser así:

$$dv = D/2 \operatorname{sen} 2\phi + i - H_m$$

para el punto 5 para el punto 10

$$dv = \frac{79.2}{2} \times \operatorname{sen} (2 \times (-2^\circ 01')) + 1.43 - 2.00$$

$$dv = 39.6 \operatorname{sen}(-4^\circ 02') - 0.57$$

$$dv = 39.6 (-0.070337) - 0.57$$

$$dv = -2.78 - 0.57$$

$$dv = -3.35$$

$$dv = \frac{66.4}{2} \times \operatorname{sen} (2 \times (-3^\circ 53')) + 1.43 - 2.50$$

$$dv = 33.2 \operatorname{sen}(-7^\circ 46') - 1.07$$

$$dv = 33.2 (-0.135139) - 1.07$$

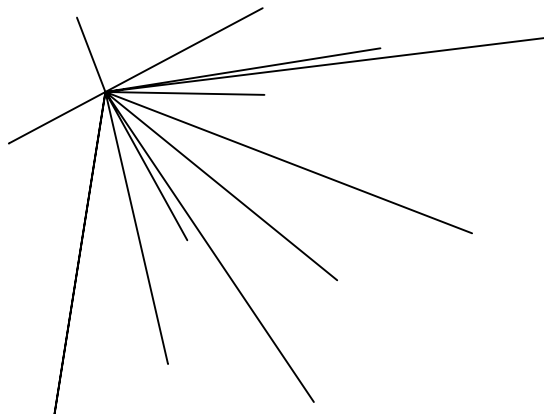
$$dv = -4.49 - 1.07$$

$$dv = -5.56$$

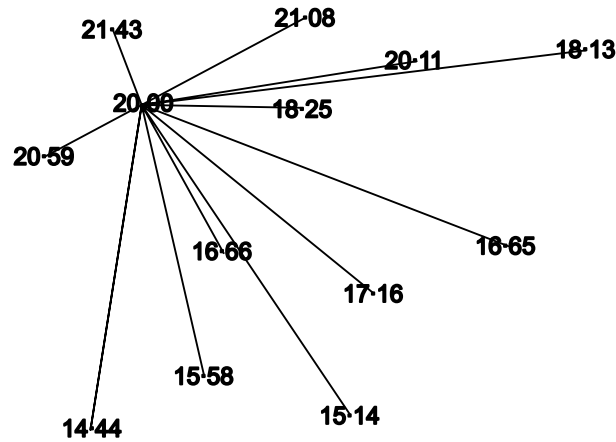
Todos los puntos fueron visados a partir de la estación A y este punto tiene una cota asignada de 20.00 m, por lo que para calcular las cotas sumamos o restamos las diferencias de nivel dv según cada caso:

Est.	P.V.	$\angle$	ϕ	Hs.	Hi.	D	Dh	Dv	Cota
A	1	62°24'	+ 1°39'	1.243	1.617	37.4	37.37	+ 1.08	21.08
	2	81°17'	+ 0°07'	1.148	1.712	56.4	56.40	+ 0.11	20.11
	3	83°42'	- 1°11'	0.978	1.882	90.4	90.36	- 1.87	18.13
	4	91°25'	- 3°07'	1.269	1.591	32.2	32.10	- 1.75	18.25
	5	111°18'	- 2°01'	1.604	2.396	79.2	79.10	- 3.35	16.65
	6	129°43'	- 2°43'	1.130	1.730	60.0	59.87	- 2.84	17.16
	7	146°11'	- 3°43'	1.054	1.806	75.2	74.88	- 4.86	15.14
	8	151°10'	- 5°38'	1.259	1.601	34.2	33.87	- 3.34	16.66
	9	167°18'	- 4°27'	1.144	1.716	57.2	56.86	- 4.42	15.58
	10	189°18'	- 3°53'	2.168	2.832	66.4	66.10	- 5.56	14.44
	11	242°31'	+ 1°32'	1.319	1.541	22.2	22.18	+ 0.59	20.59
	12	339°12'	+ 5°05'	1.349	1.511	16.2	16.07	+ 1.43	21.43

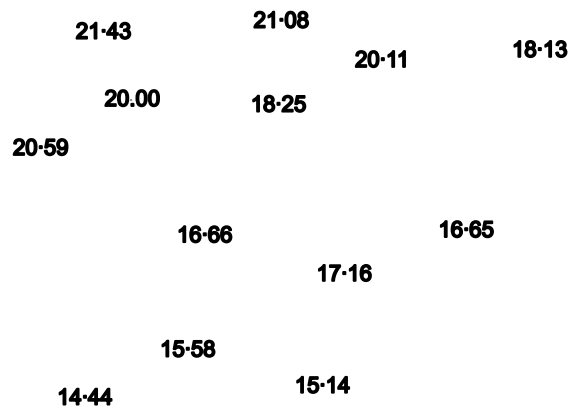
Con estos datos estamos en posibilidad de dibujar el plano, e iniciamos ubicando las diversas direcciones de los puntos con sus respectivas distancias utilizando para esto el ángulo horizontal y la distancia horizontal D_h que se calculó.



Ahora colocamos el valor de cada una de las cotas



y borramos las líneas que nos auxiliaron para localizar la ubicación del punto.



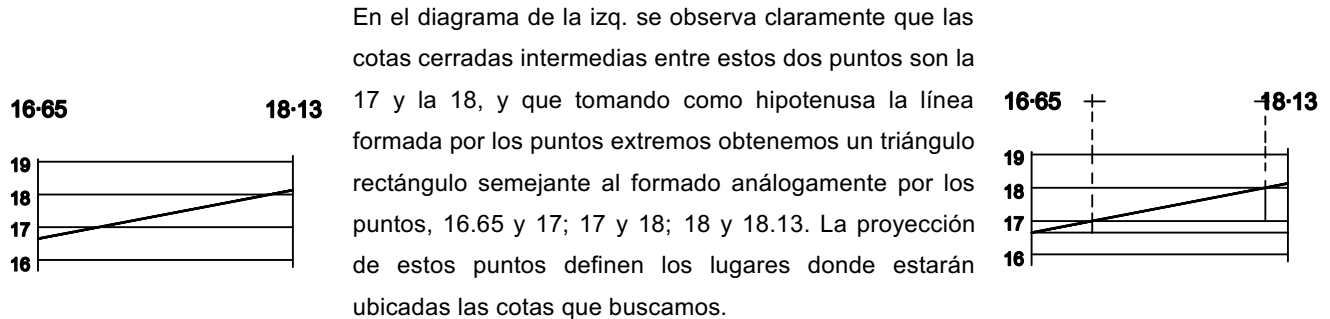
Actualmente con el uso del nivel laser y de un sistema de receptores que se colocan sobre el tractor o las cuchillas niveladoras del mismo, se pueden obtener los datos de un conjunto de puntos del terreno, mismos que son guardados en una computadora que se le acondiciona al tractor, de manera que cuando se termina la medición, ahí mismo en el campo, con el software adecuado, la misma computadora calcula cuál es la inclinación y posición del plano óptimo para realizar la nivelación de tierras.

Con estos parámetros se calibra nuevamente el nivel laser y de ahí en adelante los receptores de las cuchillas subirán o bajarán según marque el rayo laser, nivelando así el terreno en cuestión.

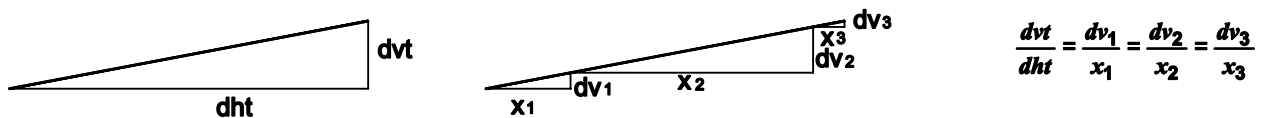
Interpolación

Las curvas de nivel se obtienen por medio de la interpolación que consiste en intercalar las cotas que necesitamos entre dos cotas conocidas atendiendo a la pendiente que éstas forman.

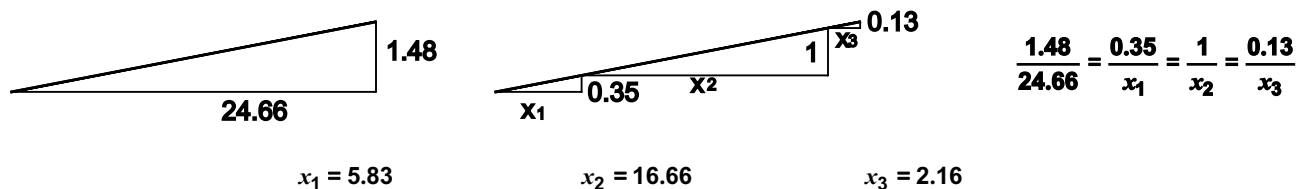
Analicemos un par de puntos, por ejemplo los de cotas 16.63 y 18.13 y obtengamos los lugares por donde pasarán las curvas cuya equidistancia sea de 1 m.



Para obtener las distancias a que deben estar estos puntos, por los triángulos rectángulos que se forman, se pueden resolver por “regla de tres”.



Si la medida horizontal que hay entre los puntos extremos es $dht = 24.66$ y su desnivel $dvt = 18.13 - 16.65 = 1.48$, entonces el planteamiento será:



No importa la equidistancia, la distancia entre los puntos o el desnivel entre ellos, siempre se buscarán tres distancias; la fraccionaria para llegar a la primera cota cerrada (x_1), la que debe haber por la equidistancia de cotas (x_2) y la que hay de la última cota cerrada a la última cota fraccionaria (x_3).

Se puede recurrir al método gráfico que consiste en dividir un segmento en x partes iguales, pero con algo de experiencia y para fines prácticos la interpolación se puede hacer a “ojo”, cuidando que exista proporcionalidad en los espacios, pues debemos tener en cuenta que la precisión del trabajo y su fidelidad con el terreno depende más de los criterios adoptados en el trabajo de campo, que lo poco que puede variar en una curva en el dibujo.

Los sistemas de cómputo son muy eficaces en su rapidez para realizar la configuración de un trabajo. Por ejemplo existen los software SURFER, CARTOMAP, WIDLISOFT o CIVILDAD que ahora resuelven y dibujan la configuración en unos cuantos segundos. Sin embargo aún no logran dar la fidelidad del terreno que puede darle una persona con mediana experiencia.

A continuación se presenta la configuración del ejemplo anterior, primero con curvas obtenidas mediante interpolación con software CIVILCAD y luego a "ojo", donde se pueden apreciar las diferencias entre una y otra interpretación. Si se considera necesario, entonces se puede aplicar el método aritmético.

